

---

# ZÁKLADNÍ ROVNICE LOPATKOVÝCH STROJŮ

---

- 2.3 ..... Rovnice pro výpočet sil působící na plochy stroje od proudu tekutiny
- 2.5 ..... Rovnice pro výpočet rozložení energie ve stupni lopatkového stroje
- 2.8 ..... Rovnice pro výpočet rozložení rychlosti při ideálním proudění v lopatkovém stroji
- 2.10 ..... Úloha 1: Výpočet sil působící na potrubí od proudu tekutiny  
Úloha 2: Výpočet síly působící na lopatku ventilátoru  
Úloha 3: Výpočet síly působící na lopatku vodní turbíny  
Úloha 4: Výpočet Eulerovy práce ve stupni lopatkového stroje  
Úloha 5: Výpočet stupně reakce stupně parní turbíny  
Úloha 6: Výpočet stupně reakce ventilátoru  
Úloha 7: Výpočet stupně reakce Francisovy turbíny  
Úloha 8: Rozložení rychlostí a tlaku před rotorem Kaplanovy turbíny  
Úloha 9: Výpočet logaritmické spirály a rozměrů spirálního hrdla  
Úloha 10: Výpočet rozměrů bezlopatkového statoru
- 2.15 ..... Odkazy
- 2.16 - 2.32 ..... Přílohy
-

**autor:** ŠKORPÍK, Jiří ([LinkedIn.com/in/jiri-skorpik](https://www.linkedin.com/in/jiri-skorpik))

**datum vydání:** Zář 2009; Zář 2022 (2. vydání)

**název:** Základní rovnice lopatkových strojů

**sborník:** *turbomachinery.education*

**provenience:** Brno (Česká republika)

**email:** skorpik.jiri@email.cz

Copyright©Jiří Škorpík, 2009-2022  
Všechna práva vyhrazena.

---

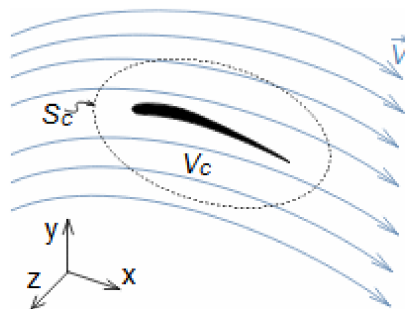
## Rovnice pro výpočet sil působících na plochy stroje od proudu tekutiny

Síly působící od proudu tekutiny na plochy stroje lze určit z věty o změně hybnosti. Její speciální tvar se používá i k výpočtu sil působících na lopatky v lopatkové mříži od proudu tekutiny, což je klasická úloha v lopatkových strojích.

Síly působící na tekutinu uvnitř vyšetřovaného (kontrolního) objemu

Síly působící od proudu tekutiny na plochy stroje lze určit z věty o změně hybnosti (druhý Newtonův zákon). Podle věty o změně hybnosti je změna hybnosti tekutiny v čase rovna součtu vnějších sil působících na tekutinu v kontrolním objemu. V případě aplikace tohoto zákona na tekutinu uzavřené v kontrolním objemu  $V_C$  (Obrázek 1) připadají v úvahu jako síly vnější: tlakové síly od okolní tekutiny na hranicích kontrolního objemu  $F_p$ , tíha tekutiny v kontrolním objemu  $F_h$ , a síly působící od těles uvnitř a na hranicích kontrolního objemu  $F_b$ . Změna hybnosti tekutiny uvnitř kontrolního objemu je také rovna rozdílu součinu rychlosti a hmotnostního toku mezi vstupem a výstupem z kontrolního objemu.

1: Věta o změně hybnosti



$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \vec{F}_b + \vec{F}_n + \vec{F}_p = \int_{S_C} \vec{V} d\dot{m}$$

$$\vec{F}_n = \int_{V_C} (\vec{g} + \vec{a}_r + \vec{a}_c) dm$$

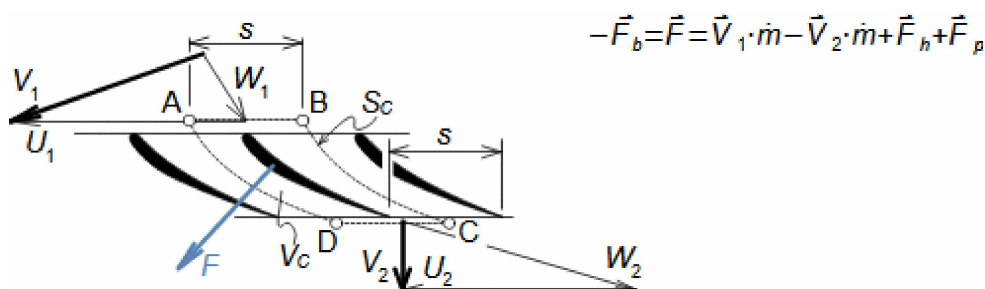
$$\vec{F}_p = \int_{S_C} p d\vec{S}_C$$

$V_C$  [m<sup>3</sup>] kontrolní objem;  $S_C$  [m<sup>2</sup>] plocha hranice kontrolního objemu;  $V$  [m·s<sup>-1</sup>] rychlost pracovní tekutiny;  $M$  [N·s] hybnost tekutiny uvnitř kontrolního objemu;  $t$  [s] čas;  $F_b$  [N] výslednice sil působících na pracovní tekutinu od těles uvnitř a na hranici kontrolního objemu;  $F_h$  [N] tíha pracovní tekutiny uvnitř kontrolního objemu;  $F_p$  [N] síly od tlaku okolní tekutiny na povrchu kontrolního objemu;  $\dot{m}$  [kg·s<sup>-1</sup>] hmotnostní tok;  $g$  [m·s<sup>-2</sup>] gravitační zrychlení;  $a_r$  [m·s<sup>-2</sup>] odstředivé zrychlení;  $a_c$  [m·s<sup>-2</sup>] Coriolisovo zrychlení;  $p$  [Pa] tlak;  $m$  [kg] hmotnost. Odvození rovnice za předpokladu ustáleného proudění tekutiny kontrolním objemem je uvedeno v Příloze 11.

Kontrolní objem  
lopatky v lopatkové  
mříži

Při výpočtu sil působící na lopatky lopatkového stroje jsou při definování hranic kontrolního objemu cílem takové hranice, na kterých jsou známy hodnoty parametrů nutné pro výpočet pomocí věty o změně hybnosti. Proto je kontrolní objem na Obrázku 2 vymezen tak, aby procházel středem lopatkového kanálu, respektive hranice AD a BC byly od sebe vzdáleny o rozteč lopatek. Hranice AD a BC jsou očekávané proudnice relativních rychlostí  $W$  rychlostního trojúhelníku této lopatkové mříže. Lopatkové kanály jsou v jedné lopatkové mříži stejné, takže působení tlakových sil na hraních AD se vyruší s působením tlakových sil na hranicích BC. Na těchto hranicích se vyruší i hodnota integrace součinu absolutní rychlosti  $V$  a hmotnostního toku, viz Rovnice 2.

2: Síla působící na  
lopatku od proudu  
tekutiny



Rychlosti i síly jsou vektorové veličiny, ale šipka nad symboly rychlostí v rychlostním trojúhelníku se obvykle neuvádí.  $F$  [N] výslednice sil působící na lopatku;  $W$  [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ] relativní rychlost;  $U$  [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ] obvodová rychlost;  $\dot{m}$  [ $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$ ] množství pracovní tekutiny protékající kontrolním objemem;  $s$  [m] rozteč lopatkové mříže. Odvození rovnice za předpokladu ustáleného proudění tekutiny kontrolním objemem je uvedeno v Příloze 12.

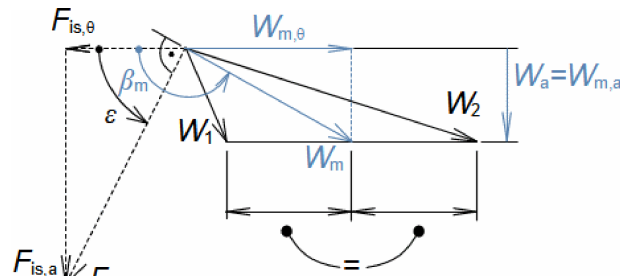
Prostorové složky síly

Typické pro vyšetření sil ve stupni lopatkového stroje je použití válcové soustavy souřadnic. Síla  $F$  ve válcové soustavě souřadnic má tři prostorové složky, a to složku v radiálním směru  $F_r$ , v obvodovém směru  $F_\theta$  (tato síla vytváří kroutící moment) a v axiálním směru  $F_a$  (způsobuje namáhání rotoru v axiálním směru a zachycuje jí axiální ložisko) – zkráceně se označují tyto složky síly jako radiální, obvodová a axiální síla.

Střední aerodynamická  
rychlost

Síla působící na lopatku je přibližně kolmá na střední aerodynamickou rychlost v lopatkové mříži  $W_m$ , která je střední rychlostí relativních rychlostí na vtoku  $W_1$  a výtoku  $W_2$ . Respektive lze dokázat (viz Rovnice 3), že výsledná síla působící na lopatku od proudu nestlačitelné tekutiny  $F$  je kolmá na střední aerodynamickou rychlost  $W_m$  při proudění beze ztrát.

**3: Definice střední aerodynamické rychlosti v lopatkové mříži a její vztah k vektoru síly působící na elementární lopatku (délka lopatky  $dr$ )**



$$\vec{W}_m = \frac{1}{2}(\vec{W}_1 + \vec{W}_2)$$

$$\tan \epsilon = \frac{1}{-\tan \beta_m} \Rightarrow F_{is} \perp W_m$$

$W_m$  [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ] střední aerodynamická rychlost v lopatkové mříži;  $\beta_m$  [ $^\circ$ ] úhel střední aerodynamické rychlosti;  $\epsilon$  [ $^\circ$ ] úhel výslednice sil. Tato rovnice je odvozena pro elementární délku lopatek  $\Delta r$  a axiální lopatkové mříže v Příloze 13 a její platnost je omezena pro nestlačitelné proudění beze ztrát (izoentropické – index  $i_s$ ).

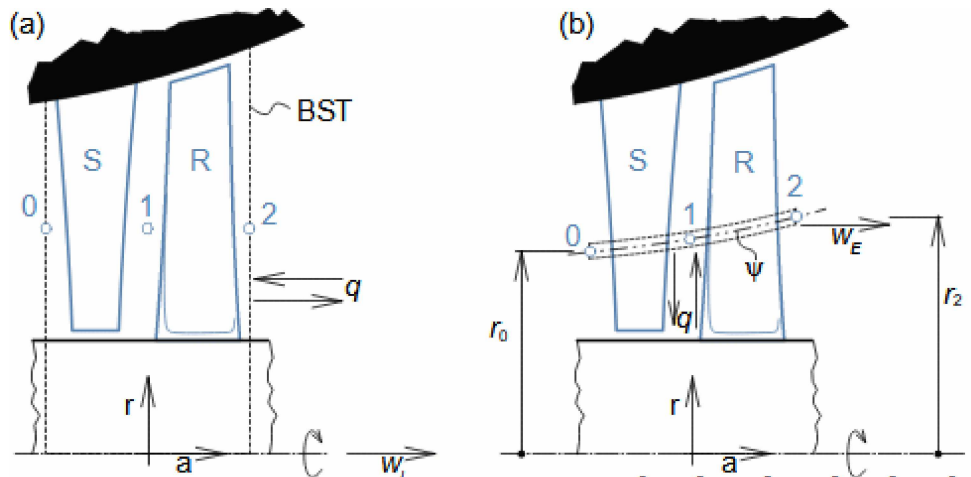
### Rovnice pro výpočet rozložení energie ve stupni lopatkového stroje

Při návrhu rozložení energie, respektive její transformace ve stupni lopatkového stroje se vychází ze dvou směrů. Ve směru kolmém na meridiánový směr se navrhuje rozložení **Eulerovy práce**, což je lokální hodnota vnitřní práce. V meridiánovém směru rozhoduje o vlastnostech stupně návrh **stupně reakce**, který popisuje rozdělení energetických transformací mezi stator a rotor stupně.

#### **Eulerova práce (Obvodová práce)**

Eulerova práce nebo obvodová práce je prací tekutiny předaná lopatkám v okolí vyšetřované proudnice, viz Obrázek 4(b). Rozdíl oproti vnitřní práci stupně  $w_i$  je v tom, že vnitřní práce stupně je průměrná hodnota práce veškeré pracovní tekutiny, která protéká stupněm (včetně mezer) a lze ji určit z kompletní energetické bilance stupně, viz Obrázek 4(a). Takže část tekutiny vykoná větší Eulerovu práci než jiná, ale jejich průměr je  $w_i$ . U reálných stupňů je největší Eulerova práce v jádru proudu (na středním průměru lopatek), kde jsou nejmenší ztráty. Naopak u okrajů lopatek, respektive v blízkosti jejich pat a špic, je Eulerova práce nejmenší kvůli vysokým ztrátám třením a vnitřní netěsnostím. Eulerovu práci lze stanovit z rychlostních trojúhelníků na vyšetřované proudnici, viz Rovnice 4(c) – Eulerova turbínová rovnice.

**4: Rozdíl mezi Eulerovou prací a vnitřní prací stupně**



$$(c) w_E = U_1 \cdot V_{1\theta} - U_2 \cdot V_{2\theta} = \omega(r_1 \cdot V_{1\theta} - r_2 \cdot V_{2\theta}) = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2}$$

$w_i$  [ $J \cdot kg^{-1}$ ] vnitřní práce stupně;  $w_E$  [ $J \cdot kg^{-1}$ ] Eulerova práce v okolí vyšetřované proudnice;  $q$  [ $J \cdot kg^{-1}$ ] sdílené teplo s okolím;  $\omega$  [ $^\circ$ ] úhlová rychlost. BST-hranice stupně; S-satorová řada lopatek; R-rotorová řada lopatek,  $\psi$ -proudnice. Odvození Eulerovy turbínové rovnice pro předpoklad stacionárního proudění a bez vlivu tíhy je v Příloze 14.

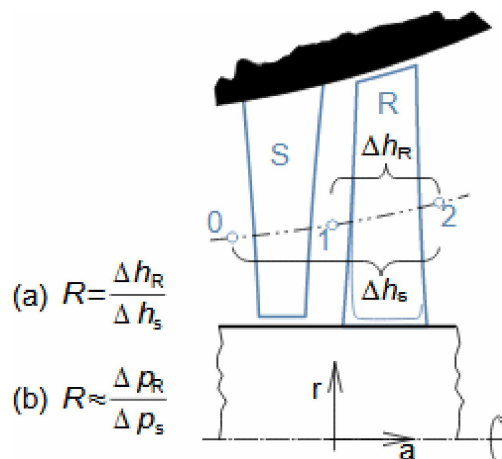
*Eulerova účinnost (Obvodová účinnost)*

Podobným způsobem lze stanovit dvěma cestami účinnost stupně, buď k ideální/reálné Eulerově práci (tzv. Eulerova účinnost, respektive obvodová účinnost) nebo ideální/reálné vnitřní práci (tzv. vnitřní účinnost stupně), jako je provedeno v Úloze 4.

**Stupeň reakce**

Stupeň reakce je definován jako poměr mezi změnou statické entalpie v rotorové řadě lopatek a změnou celkové entalpie stupně (Vzorec 5), či změnou statické entalpie stupně – zaleží na zvyklosti. Popisuje tedy rozložení energetické transformace mezi satorovou a rotorovou řadou lopatek stupně.

**5: Definice stupně reakce**

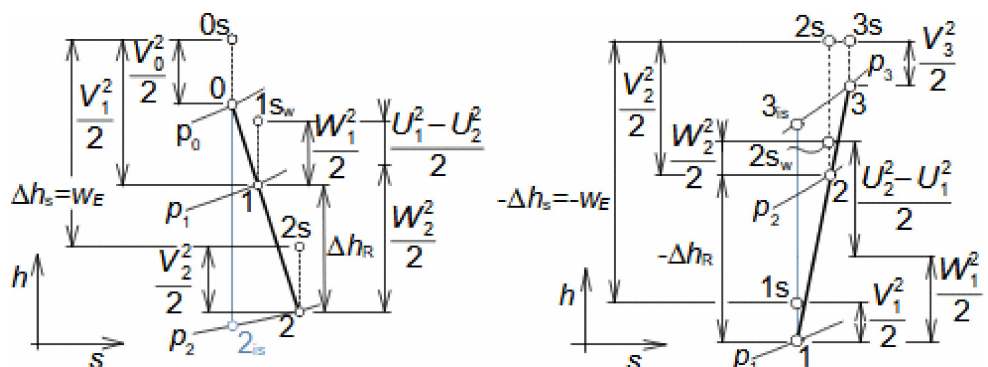


(a) definice stupně reakce; (b) zjednodušený vzorec stupně reakce pro hydraulické stroje, kdy lze počítat s přibližnou rovností změn entalpie a tlakové energie ( $\Delta h \approx \Delta p \cdot \rho^{-1}$ ).  $\Delta h_s$  [ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ] rozdíl mezi celkovou entalpií na vstupu do stupně a výstupu ze stupně;  $\Delta h_R$  [ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ] rozdíl mezi statickou entalpií na vstupu do rotorové řady lopatek a výstupu z rotorové řady lopatek;  $\Delta p_s$  [Pa] rozdíl mezi celkovým tlakem na vstupu do stupně a výstupu ze stupně;  $\Delta p_R$  [Pa] rozdíl mezi tlakem na vstupu do rotorové řady lopatek a výstupu z rotorové řady lopatek;  $\rho$  [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ] hustota.

*h-s diagramy stupňů lopatkových strojů*

Stupeň reakce se stanovuje ke konkrétnímu proudovému vláknu (poloměru) podobně jako Eulerova práce. Pro výpočet stupně reakce je důležitá znalost konstrukce *h-s* diagramu, ze kterého lze určit rozdíly měrných entalpií  $\Delta h_s$  a  $\Delta h_R$  (viz Úloha 5, Úloha 6). *h-s* diagramy a popis jejich konstrukce jsou uvedeny na Obrázku 6. V případě hydraulických strojů lze stanovit požadované rozdíly tlaků  $\Delta p_s$  a  $\Delta p_R$  i z Bernoulliho rovnice pro relativní proud, viz Úloha 7 a Úloha 6.

**6:** *h-s diagramy stupňů lopatkových strojů*



vlevo-turbínové stupně; vpravo-stupně pracovních strojů. Tyto *h-s* diagramy jsou zkonstruovány za předpokladu adiabatického proudění bez vlivu tíhy.  $1s_w$ ,  $2s_w$  označují celkový stav vzhledem k relativnímu pohybu na vstupu, respektive výstupu z rotoru. Podrobný popis konstrukce *h-s* diagramů je uveden v Příloze 15.

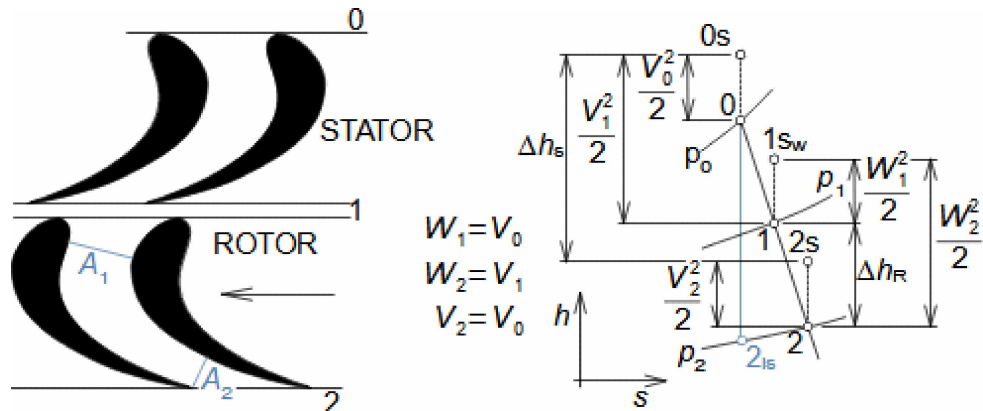
*Rozložení stupně reakce*

Axiální stupně mají stupeň reakce po délce lopatek proměnný, viz Úloha 8, ale radiální stupně lze konstruovat tak, aby stupeň reakce byl stejný pro jakoukoliv jeho proudnici – toho se zejména využívá pro optimalizaci vnitřních ztrát u Francisových turbín a radiální stupňů čerpadel, viz úloha v článku Vodní turbíny.

*Stupeň reakce na středním poloměru*

Většina stupňů je navrhována tak, aby na jejich středním poloměru lopatek byl stupeň reakce roven 0,5 (u radiálních stupňů i něco vyšší kvůli rozdílu obvodových rychlostí na rotoru), protože při maximální Eulerově práci jsou absolutní rychlosti ve statorových kanálech přibližně stejné jako relativní rychlosti v rotorových kanálech, a tedy i rozložení ztrát mezi stator a rotor je rovnoměrné, viz Obrázek 7.

7: Příklad  
 lopatkových kanálů  
 axiálního stupně  
 turbíny se stupněm  
 reakce 0,5



Při stejných rozdílech entalpií mezi státorem a rotorem jsou rychlostní trojúhelníky symetrické a i tvar lopatkových kanálů ( $A_1 \neq A_2$ ).  $1s_w$  relativní celkový stav pracovní tekutiny na vstupu do rotoru.

Vliv stupně reakce na tlak

Nulový nebo jen velmi malý stupeň reakce mají Lavalovy turbíny a Peltonovy turbíny. Z pracovních strojů se používají nízké stupně reakce u některých typů ventilátorů. Při malém stupni reakce je tlaková síla působící na rotor také malá a proto se tyto stupně označují jako rovnotlakové nebo akční. Naopak na rotory stupňů s významným stupněm reakce působí i větší tlaková síla na rotor a proto se označují jako přetlakové nebo reakční.

Vliv stupně reakce na prohnutí

U axiálních stupňů se zvyšujícím stupněm reakce klesá prohnutí lopatek (klesá potřebná změna hybnosti) a tedy i jejich citlivost na odtržení proudu od profilu.

## Rovnice pro výpočet rozložení rychlosti při ideálním proudění v lopatkovém stroji

Rovnice ideálního proudění jsou odvozeny pro proudění ideálních tekutin bez vnitřních ztrát. Analytickým modelem proudění bez tření je nečastěji teorie potenciálního proudění a v případě proudění kolem osy jeho speciální případ **osově symetrického potenciálního proudění**. Tyto rovnice jsou doplněny o rovnice energetických bilancí a **Eulerovu rovnici hydrodynamiky**. I když se jedná o rovnice ideálního proudění, tak jsou klíčové pro základní návrh průtočných částí lopatkových strojů, predikci vlastností, analýzu vlivu tvaru průtočných částí na vnitřní ztráty stroje, pochopení příčin hávareí nebo problémového chodu lopatkových strojů.

*Podmínky osově  
symetrického  
potenciálního  
(nevírového) proudění*

Pokud má být proudění potenciální, pak musí být rotor vektoru rychlosti v celém vyšetřovaném objemu roven nule, Rovnice 8(a). Aby proudění bylo považováno za osově symetrické, tak musí mít gradienty složek rychlosti v obvodovém směru ve valcové soustavě souřadnic rovny nule, viz Rovnice 8(b), protože obvodové souřadnice jsou uzavřené a rychlost v počátku osy obvodového směru musí být totožná s tou na konci souřadnic – jedná se o stejný bod, současně je tato rychlost nezávislá na stanovení počátku osy obvodového směru. Z těchto podmínek lze odvodit speciální Rovnice 8(c-h) pro rychlost, ale uvedené podmínky lze aplikovat i na další veličiny pracovní tekutiny.

**8:** *Matematický zápis  
podmínek pro osově  
symetrické  
potenciální proudění*

$$\left. \begin{array}{l} \text{(a) } \operatorname{rot} \vec{V} = 0 \\ \text{(b) } \frac{1}{r} \frac{\partial V_{r,\theta,a}}{\partial \theta} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{(c) } \frac{\partial V_r}{\partial \theta} = 0, \quad \text{(d) } \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} = 0, \quad \text{(e) } \frac{\partial V_a}{\partial \theta} = 0, \quad \text{(f) } \frac{\partial V_\theta}{\partial a} = 0, \quad \text{(g) } \frac{\partial V_r}{\partial a} = \frac{\partial V_a}{\partial r}, \\ \text{(h) } \frac{1}{r} \frac{\partial (r \cdot V_\theta)}{\partial r} = 0 \Rightarrow r \cdot V_\theta = C \end{array}$$

$\theta$  [°] úhel průvodiče ve valcové soustavě souřadnic;  $C$  [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ] konstanta (například navrhovaná velikost součinu obvodové složky absolutní rychlosti  $V_0$  na středním poloměru). Úprava rovnic je uvedena v Příloze 16.

*Rozložení Eulerovy  
práce*

Součin  $r \cdot V_\theta$  se nazývá cirkulace obvodové složky rychlosti, která je konstantní, takže má stejné vlastnosti jako potenciální vír [Škorpík, 2023, s. 1.40]. Jestliže je cirkulace konstantní, pak i rozdíl cirkulací před a za rotorem je konstantní a pak i podle rovnice Eulerovy práce (Rovnice 4) bude Eulerova práce potenciálního proudění konstantní po výšce lopatek, viz Úloha 8.

*Spirální dráha*

Rovnice osově symetrické potenciálního proudění lze aplikovat i na spirální dráhy, například ve spirálních hrdlech (Úloha 9) nebo v bezlopatkových statorech (Úloha 10).

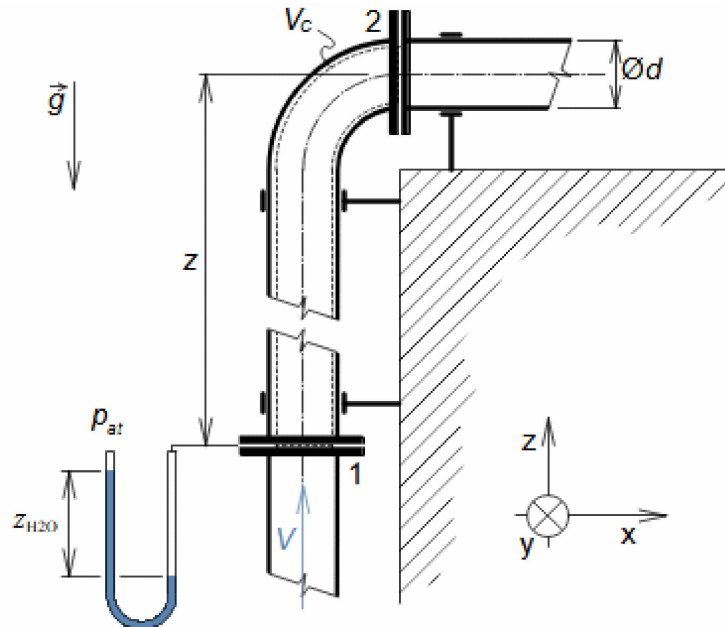
*Eulerova rovnice  
hydrodynamiky*

Při výpočtu další stavových veličin lze použít velmi efektivně i Eulerovu rovnici hydrodynamiky pro potenciální proudění, například článek Vnitřní tření tekutiny a vývoj mezní vrstvy [Škorpík, 2023b]. Z této rovnice lze mimo jiné vyčíst, že gradient tlaku potenciálního proudění bez vliv gravitačního zrychlení nemůže mít obvodovou složku, protože ji nemá ani gradient rychlosti, respektive kinetické energie, viz Úloha 8.

## Úlohy

### Úloha 1:

Jakou silou je namáháno potrubí mezi přírubami od proudu kapaliny (viz obrázek)? Vnitřní průměr potrubí je 23 mm, výškový rozdíl mezi dolní a horní přírubou je 1,2 m, rozdíl statického tlaku v potrubí a venkovního (atmosférického tlaku) je 2 m vodního sloupce, rychlost proudění je  $4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , v potrubí proudí voda. Uvažujete proudění bez tření. Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 1.



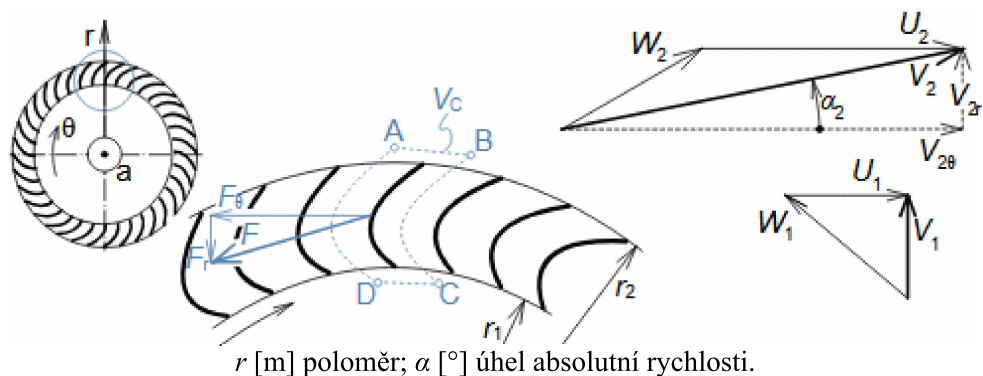
$d$  [m] průměr potrubí;  $p_{at}$  [Pa] atmosférický tlak;  $z$  [m] výšková souřadnice.

1: zadání:	$d; z; z_{H2O}; V$	4: výpočet:	$F_{h,x}; A; m; p_1; p_2; F_{p,x}; F_x$
2: odvození:	rovnice pro $F_x; F_y; F_z$	5: výpočet:	$V_c; m; F_{h,z}; F_{pz}; F_z$
3: odečet:	$\rho; g; p_{at}$	6: výpočet:	$F_y$

Výpočet je proveden v Příloze 1.

### Úloha 2:

Stanovte sílu a její složky od proudu tekutiny působící na lopatku radiálního ventilátoru. Ventilátorem protéká  $88,8 \text{ kg}\cdot\text{h}^{-1}$  vzduchu, tlak  $p_1$  před oběžným kolem je atmosférický, rozdíl tlaků mezi vtokem a výtokem rotoru je nevýznamný a počet lopatek oběžného kola je 52. Další parametry jsou:  $r_1=32,5 \text{ mm}$ ,  $r_2=37,5 \text{ mm}$ ,  $V_1=3,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $V_2=9,34 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $\alpha_2=18,4^\circ$ . Šířka kola je 30 mm. Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 2.



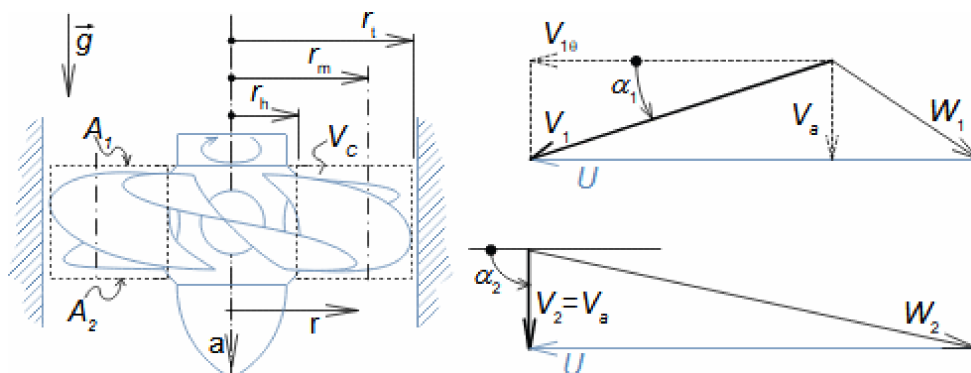
$r$  [m] poloměr;  $\alpha$  [°] úhel absolutní rychlosti.

1: zadání:	$m; p_1; z; r_1; r_2; V_1; V_2; \alpha_2; b$	3: výpočet:	$V_{20}; F_0$
2: výpočet:	$V_{2r}; F_{pr}; F_r$	4: výpočet:	$F$

Výpočet je proveden v Příloze 2.

### Úloha 3:

Vypočítejte sílu působící na lopatky rotoru Kaplanovy turbíny od proudu vody a tlak za rotorem  $p_2$ . Poloměr rotoru u špic lopatek je 1850 mm, u pat lopatek 985 mm, obvodová složka absolutní rychlosti na středním kvadratickém poloměru lopatek je  $15,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , axiální rychlost  $13 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , otáčky turbíny jsou  $230,8 \text{ min}^{-1}$ . Nad turbínou je 56 m sloupec vody. Tvary rychlostních trojúhelníků na středním poloměru jsou na přiloženém obrázku. Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 3.



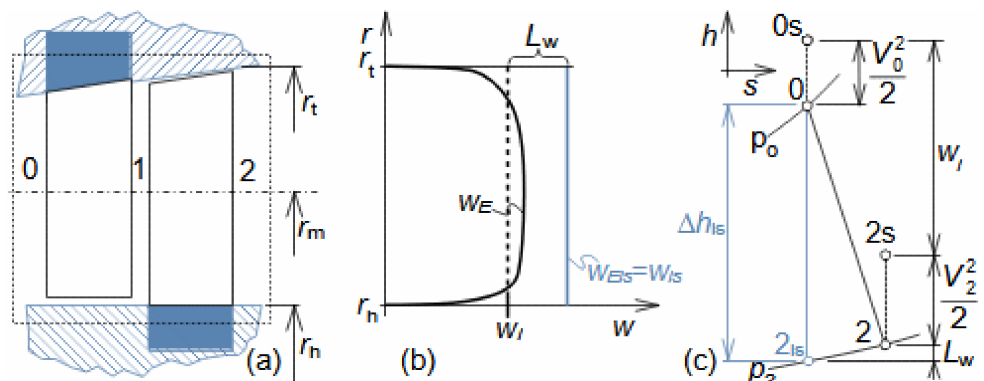
$A$  [ $\text{m}^2$ ] průtočný průřez. Index  $_h$  označuje patu lopatky, index  $_m$  označuje střední kvadratický poloměr lopatky, index  $_t$  označuje špic lopatky.

1: zadání:	$r_t; r_h; V_{10}; V_a; V_2;$ $N; z$	4: výpočet:	$r_m; U; -W_{20}; W_{10}; W_{m0}; W_m; \beta_m; \varepsilon;$ $F_a; F$
2: odečet:	$\rho$	5: odečet:	$p_a; g$
3: výpočet:	$A_1; A_2; Q; m; F_0$	výpočet:	$V_1; p_1; p_2$

Výpočet je proveden v Příloze 3.

### Úloha 4:

Vypočítejte Eulerovu práci a Eulerovu účinnost na středním poloměru axiálního stupně parní turbíny a vnitřní práci a účinnost tohoto stupně. Stupeň byl navržen 1D výpočtem má tedy přímé lopatky. Meridánová rychlost je konstantní ( $V_{0a}=V_{2a}$ ). Izoentropický spád stupně je  $21,3 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ . Vypočítané celkové ztráty stupně jsou  $6 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ . Parametry rychlostních trojúhelníků na středním poloměru:  $V_1=W_2=148,68 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $V_0=W_2=W_1=63,249 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $U_1=U_2=102,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 4.

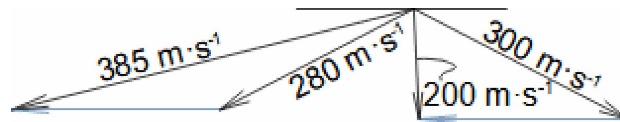


1: zadání:	$\Delta h_{is}; L_w; V_1; W_2; V_0; V_2; W_1; U_1; U_2$	3: výpočet:	$w_i$
2: výpočet:	$w_E$	4: výpočet:	$w_{is}; \eta_E; \eta_i$

Výpočet je proveden v Příloze 4.

**Úloha 5:**

Proveďte výpočet stupně reakce axiálního stupně parní turbíny. Znáte-li rychlostní trojúhelník. Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 5.

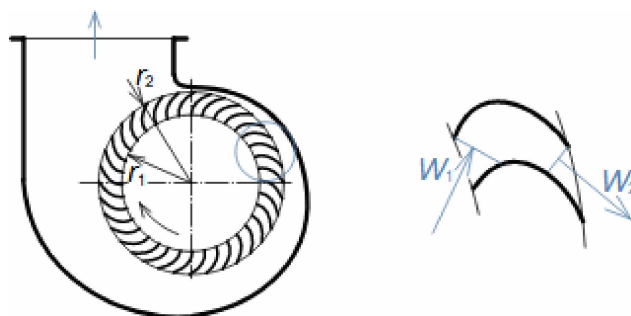


1: zadání:	$V_1; V_2; W_1; W_2$	3: výpočet:	$w_E; \Delta h_s; R$
2: výpočet:	$\Delta h_R$		

Výpočet je proveden v Příloze 5.

**Úloha 6:**

Stanovte stupeň reakce radiálního ventilátoru s dopředu zahnutými lopatkami, jestliže zvýšení celkového tlaku ve ventilátoru je 135 Pa, hustota pracovního plynu je  $1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , obvodová rychlost na výtoku z rotoru je  $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  a obvodová rychlost na vstupu do rotoru  $8,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Lopatkové kanály rotoru jsou navrženy pro rovnost relativních rychlostí ( $W_1=W_2$ ). Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 6.

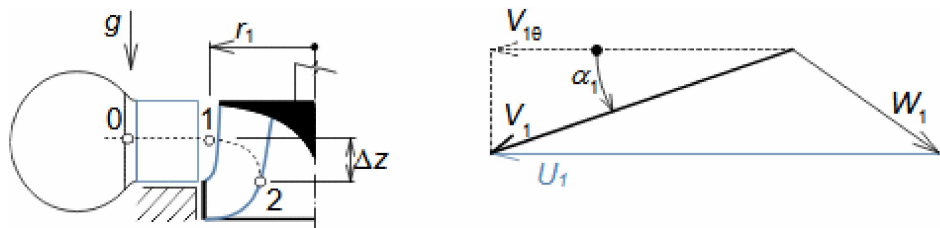


1: zadání:	$\Delta p_s; \rho; U_2; U_1$	3: výpočet:	$\Delta h_R; R$
2: výpočet:	$\Delta h_s$		

Výpočet je proveden v Příloze 6.

**Úloha 7:**

Vypočítejte stupeň reakce Francisovy turbíny na jejím střední poloměru. Poloměr oběžného kola na vstupu je 1 m. Absolutní rychlost před oběžným kolem je  $35 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , za oběžným kolem  $12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  (nemá obvodovou složku). Otáčky turbíny jsou  $375 \text{ min}^{-1}$ . Úhel absolutní rychlosti je  $20^\circ$ . Výškový rozdíl mezi vstupem a výstupem z oběžného kola je 0,8 m. Hustota vody je  $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 7.

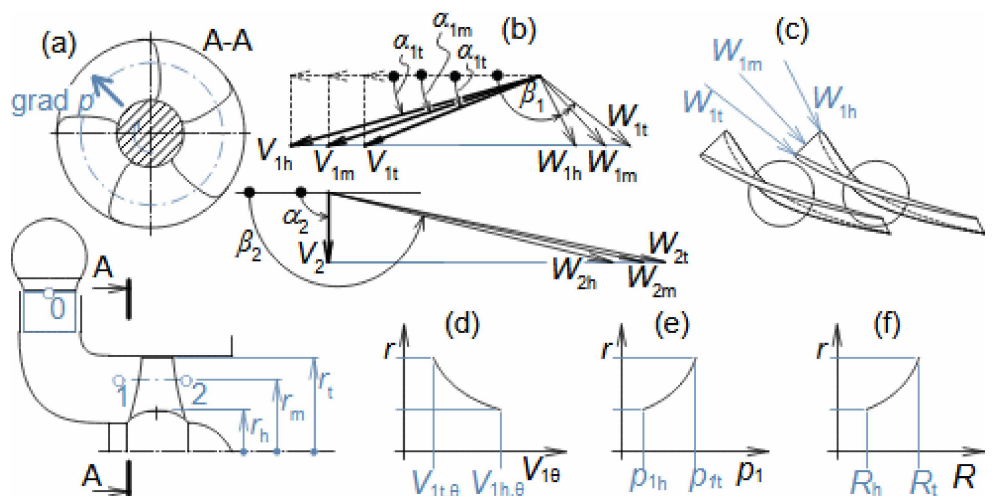


1: zadání:	$r_1; V_1; V_2; N; \alpha_1; \Delta z, \rho$	4: odvození:	rovnice pro $\Delta p_R$
2: odvození:	rovnice pro $\Delta p_s$	5: odečet:	$g; L_{w,0-2}; L_{w,1-2}$
3: výpočet:	$U_1; V_{1\theta}; w_E$	6: výpočet:	$R$

Výpočet je proveden v Příloze 7.

**Úloha 8:**

Vypočítejte parametry rychlostního trojúhelníku, tlak a stupeň reakce u paty, středním kvadratickém poloměru a špičce lopatky Kaplanovy turbíny. Požadovaná Eulerova práce je  $548 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$ . Rozměry rotoru, otáčky, axiální rychlost na středním kvadratickém poloměru a tlak za rotorem jsou stejné jako v Úloze 3. Absolutní rychlost na výstupu z rotoru má pouze axiální směr. Stanovte také gradient tlaku před a za rotorem turbíny způsobený odstředivým zrychlením. Uvažujte potenciální proudění ideální kapaliny. Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 8.



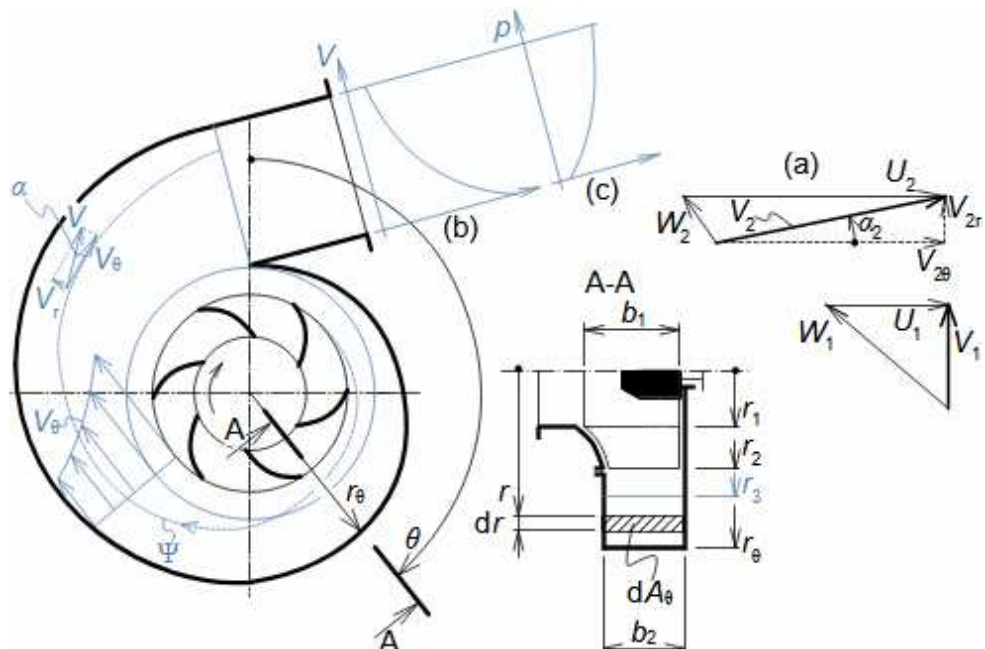
(a) očekávaný gradient tlaku před rotorem; (b) změny absolutních a relativních rychlostí na vyšetřovaných poloměrech; (c) vliv změny relativních rychlostí na tvar lopatkového kanálu, respektive zkroucení lopatky; (d) očekávaný průběh obvodové složky absolutní rychlosti před rotorem; (e) očekávaný průběh tlaku před rotorem; (f) očekávaný průběh stupně reakce po délce lopatek.  $\beta [^\circ]$  úhel relativní rychlosti.

1: zadání: $w_E; r_i; r_h; N; V_a; V_2; P_2; \rho$	6: výpočet: $p_{1h}; p_{1m}; p_{1t}$
2: výpočet: $r_m; U_h; U_m; U_i; V_{10h}; V_{10m}; V_{10t}$	7: výpočet: $\Delta p_s; \Delta p_{Rh}; \Delta p_{Rm}; \Delta p_{Rt}; R_h; R_m; R_t$
3: výpočet: $V_{1h}; V_{1m}; V_{1t}; \alpha_{1h}; \alpha_{1m}; \alpha_{1t}$	8: odvození: rovnice pro grad $p_1$
4: výpočet: $W_{10h}; W_{10m}; W_{10t}; W_{1h}; W_{1m}; W_{1t}; \beta_{1h}; \beta_{1m}; \beta_{1t}$	9: odvození: rovnice pro $\Delta p_1$
5: výpočet: $W_{2h}; W_{2m}; W_{2t}; \beta_{2h}; \beta_{2m}; \beta_{2t}$	

Výpočet je proveden v Příloze 8.

### Úloha 9:

Účelem spirálních hrdel radiálních strojů je odvod nebo přívod pracovní tekutiny od/k lopatkové části. Proudění v takovém hrdle má spirální dráhu. Na obrázku je řez radiálního ventilátoru s dozadu zahnutými lopatkami a spirálním hrdlem – navrhnete rozměry tohoto spirálního hrdla, jestliže mezi ním a rotorem je bezlopatkový difuzor. Stanovte tlak na výstupu z bezlopatkového difuzoru (mezi poloměry  $r_2$  a  $r_3$ ). Dokažte, že při proudění nestlačitelné tekutiny radiálním kanálem konstantní šířky  $b$  je spirální dráha logaritmickou spirálou. Diskutujte vliv vnitřního tření v tekutině na tvar spirální dráhy. Jaké je rozložení rychlosti a tlaku na výstupu ze spirálního hrdla? Uvažujte nestlačitelné potenciální proudění. Diskutujte vliv šířky hrdla na poloměr hrdla. Parametry ventilátoru jsou:  $R=0,65$ ;  $r_3=215$  mm;  $r_2=170$  mm;  $r_1=118,5$  mm;  $b_2=101,5$  mm;  $b_1=120$  mm;  $N=1360$  min<sup>-1</sup>. Zvýšení celkového tlaku ve ventilátoru je 500 Pa. Průtok vzduchu ventilátorem je 1200 m<sup>3</sup>·h<sup>-1</sup> a jeho celkový tlak na sání je atmosférický při hustotě 1,2 kg·m<sup>-3</sup>. Řešení úlohy a další závěry jsou uvedeny v Příloze 9.



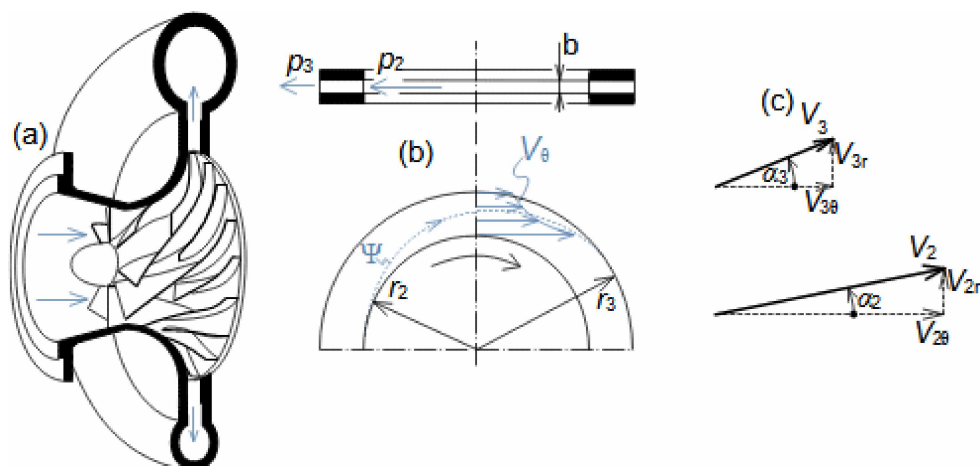
(a) rychlostní trojúhelníky; (b) průběh rychlosti na výstupu ze spirální skříně; (c) průběh tlaku na výstupu ze spirální skříně.  $\Psi$ -spirálová dráha absolutní rychlosti.

1: zadání: $R; r_3; r_2; r_1; b_2; b_1;$ $\Delta p_s; N; Q; p_{1s}; \rho$	5: výpočet: $p_{3s}; V_{30}; V_{3r}; V_3; p_3$
2: odvození: rovnice pro $r_0$	6: důkaz: $\alpha = \text{konst.}$
3: výpočet: $w_E; U_2; V_{20}; C$	7: diskuze: o vlivu tření
4: výpočet: $r_0$ pro vybrané $\theta$	8: diskuze: rozložení rychlosti a tlaku na výstupu z hrdla

Výpočet je proveden v Příloze 9.

### Úloha 10:

Navrhněte výstupní poloměr bezlopatkového statoru radiálního turbokompresoru, který je nakreslený na obrázku. Parametry stupně jsou:  $V_{20}=300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $V_{2r}=90 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $r_2=33 \text{ mm}$ ,  $p_2=200 \text{ kPa}$ ,  $t_2=82,9 \text{ }^\circ\text{C}$ . Zvýšení tlaku ve statoru je  $80 \text{ kPa}$ . Pracovní plynem je vzduch. Zjistěte také, zda se mění úhel mezi absolutní rychlostí v bezlopatkovém statoru a její obvodovou složku (mezi poloměry  $r_2$  a  $r_3$ ). Uvažujte stlačitelné potenciální proudění. Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 10.



(a) sestava rotoru-bezlopatkového statoru a sacího a výstupního hrdla; (b) řez bezlopatkovým statorem; (c) absolutní rychlost na vstupu a výstupu z bezlopatkového statoru.

1: zadání: $V_{20}; V_{2r}; r_2; p_2; \Delta p_s; t_2$	4: řešení: $r_3$ z $m_2=m_3$
2: odečet: $h_3; t_3$ z $h$ - $s$ diagramu	5: výpočet: $\alpha_2; \alpha_3$
3: výpočet: $V_3; \rho_3$	6: porovnání: $\alpha_2$ vs $\alpha_3$

Výpočet je proveden v Příloze 10.

### Odkazy

- ŠKORPÍK, Jiří, 2024, Technická termomechanika, *engineering-sciences.education*, Brno, [engineering-sciences.education/technicka-termomechanika.html](https://engineering-sciences.education/technicka-termomechanika.html).
- ŠKORPÍK, Jiří, 2023, Technická matematika, *engineering-sciences.education*, Brno, [engineering-sciences.education/technicka-matematika.html](https://engineering-sciences.education/technicka-matematika.html).
- ŠKORPÍK, Jiří, 2023b, Vnitřní tření tekutiny a vývoj mezní vrstvy, *fluid-dynamics.education*, Brno, [fluid-dynamics.education/vnitri-treni-tekutiny-a-vyvoj-mezni-vrstvy.html](https://fluid-dynamics.education/vnitri-treni-tekutiny-a-vyvoj-mezni-vrstvy.html).
- ŠKORPÍK, Jiří, 2023c, Proudění plynů a par tryskami, *fluid-dynamics.education*, Brno, [fluid-dynamics.education/proudeni-plynu-a-par-tryskami.html](https://fluid-dynamics.education/proudeni-plynu-a-par-tryskami.html).
- ŠKORPÍK, Jiří, 2023d, Proudění plynů a par difuzory, *fluid-dynamics.education*, Brno, [fluid-dynamics.education/proudeni-plynu-a-par-difuzory.html](https://fluid-dynamics.education/proudeni-plynu-a-par-difuzory.html).