

VNITŘNÍ ZTRÁTY LOPATKOVÝCH STROJŮ A JEJICH Vliv NA NÁVRH LOPATKOVÉHO STROJE

- strana 5.3 – **Základní pojmy pro popis vnitřních ztrát v lopatkových strojích**
 - Úloha 388: – Výpočet profilových ztrát profilové mříže [úloha v čl. 4]
 - strana 5.4 – **Ztráty sekundárním prouděním**
 - Úloha 726: – Výpočet ztráty sekundárním prouděním [úloha v čl. 14]
 - strana 5.8 – **Okrajové ztráty**
 - strana 5.8 – **Ztráty vnitřní netěsností stupně**
 - Úloha 1036: – Výpočet vnitřních ztrát stupně pomocí empirických vzorců
 - strana 5.10 – **Ztráta nerovnoměrností rychlostního pole před mříží**
 - strana 5.11 – **Ztráta nesprávným nátokovým úhlem**
 - strana 5.11 – **Ztráta zpětným prouděním**
 - strana 5.13 – **Ztráty změnou meridánové rychlosti**
 - strana 5.16 – **Ventilační ztráta rotoru**
 - strana 5.17 – **Ztráty v sání u radiálních stupňů**
 - strana 5.17 – **Ztráta parciálním ostřikem**
 - strana 5.18 – **Příklad postupu při návrhu stupně se ztrátami**
 - Úloha 1035: – Výpočet axiálního stupně se zkroucenými lopatkami při stlačitelném proudění a uvažování ztrát
 - strana 5.19 – **Ztráty v hrdlech lopatkových strojů**
 - strana 5.21 – **Ztráty vnější netěsností**
 - strana 5.21 – **Odkazy**
 - strana 5.21-5.28 – **Přílohy**
-

- **autor:** – ŠKORPÍK, Jiří (LinkedIn.com/in/jiri-scorpik)
- **datum vydání:** – Zář 2022, Listopad 2024 (2. vydání)
- **název:** – Vnitřní ztráty lopatkových strojů a jejich vliv na návrh lopatkového stroje
- **sborník:** – *turbomachinery.education*
- **provenience:** – Brno (Česká republika)
- **email:** – skorpik.jiri@email.cz

Copyright©Jiří Škorpík, 2022-2024
Všechna práva vyhrazena.

Základní pojmy pro popis vnitřních ztrát v lopatkových strojích

Vnitřní ztráty L_w jako rozdíl mezi ideální prací a skutečnou prací stroje vznikají vždy při nějaké transformaci nebo přenosu energie v různých částech stroje s různou intenzitou. Kromě profilových ztrát vznikají i další typy vnitřních ztrát, například netěsnostmi, třením pracovní tekutiny o skříň a hřídel apod. Výpočet vnitřních ztrát se provádí v rámci jednoho stupně (vnitřní ztráty stupně) nebo celého stroje (vnitřní ztráty stroje) apod.

Vztah mezi vnitřními ztrátami

Jednotlivé typy ztrát jsou definovány tak, aby se při výsledné energetické bilanci stroje daly sečíst a tím získat konečnou velikost vnitřních ztrát podle Vzorce 1. Nicméně mnoho typů ztrát se navzájem více či méně ovlivňují a při konečném vyčíslení je nutné toto brát v úvahu.

– 1: –

$$L_w = \sum_x L_x$$

L_w [$J \cdot kg^{-1}$] vnitřní ztráty ve vyšetřované části stroje; L_x [$J \cdot kg^{-1}$] hodnota individuální ztráty ve vyšetřované části stroje. x -označení vyšetřovaného druhu ztráty.

Definice poměrné ztráty

Podíl individuální ztráty k ideální práci (disponibilní energie) je poměrná ztráta (Vzorec 2a), ovšem podle typu stroje, ztrát a zvyklostí v daném oboru ji lze definovat i k vnitřní práci (Vzorec 2b) nebo jinému ději.

– 2: –

$$(a) \xi_x = \frac{L_x}{w_{id}} \quad (b) \xi_x = \frac{L_x}{-w_i}$$

ξ_x [1] poměrná ztráta individuální ztráty; w_{id} [$J \cdot kg^{-1}$] ideální práce pracovní tekutiny; w_i [$J \cdot kg^{-1}$] vnitřní práce pracovní tekutiny.

Postup výpočtu vnitřních ztrát na základě znalosti ideálního děje

Výpočet ztrát je podmíněn znalostí rozměrů a parametrů vyšetřované části stroje a definicí ideálního děje (stavu). To znamená, že stanovení ztrát probíhá iteračně. Například tak, že na počátku se provede návrh stroje nebo jeho části pro případ proudění beze ztrát, nebo pouze s odhady ztrát, a až po tomto návrhu se vypočítají skutečných ztráty a provedou případné změny v rozměrech a parametrech za účelem snížení ztrát atd. Při výpočtu se vychází nejčastěji z polo-empirických vztahů vyvinutých pro daný typ stroje, numerických výpočtů (modelování) nebo ze schopnosti konstruktéra využít širokých znalostí chování podobných strojů/stupňů k predikci ztráty pro nový doposud neřešený případ.

Podmínka
energetické
rovnováhy

Při návrhu stupně lopatkového stroje se ztrátami je snahou, aby součet ztrát a Eulerovy práce na každém vyšetřovaném poloměru byl konstantní, jen tak lze dosáhnout toho, že celkový obsah energie na každém poloměru bude stejný (tzv. podmínka energetické rovnováhy nebo speciálně radiální rovnováha).

Zakladatelé teorie
ztrát lopatkových
strojů

Při výpočtu ztrát analytickým způsobem se nejčastěji čerpá z poznatků pořízených při výzkumu lopatkových strojů, které prováděl Aurel Stodola (1859-1942; slovenský rodák, profesor na Vysoké škole technické v Zürichu) nebo Carl Pfleiderer (1881-1960; německý inženýr, profesor na Technické univerzitě v Braunschweigu).

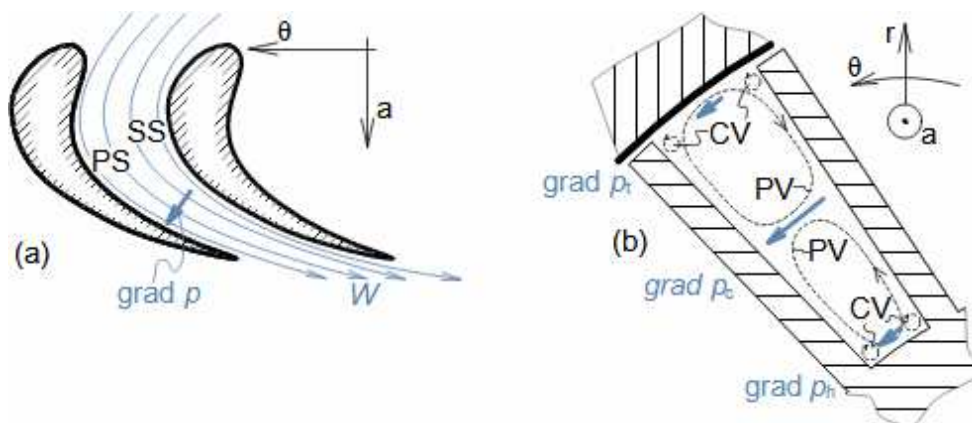
Ztráty sekundárním prouděním

V reálných lopatkových kanálech vznikají ztráty způsobené sekundárními proudy tekutiny, respektive prouděním tekutiny mimo požadované směry. U axiálních stupňů jsou hlavními těmito sekundárními proudy zejména kanálové víry, u stupňů radiálních to je protiběžný vír.

Vznik kanálových
vírů u axiálních
stupňů

V lopatkových kanálech axiálních stupňů vznikají kanálové víry jako důsledek nerovnoměrného příčného gradientu tlaku v lopatkovém kanálu. Vznik příčného proudění je následující: Gradient tlaku má směr od sací strany lopatky k přetlakové straně vedlejší lopatky, viz Obrázek 3a. Gradient tlaku je největší v jádru proudu a nejmenší u špic a pat lopatek, kde působí tření o skříň a hřídel, které snižuje rychlost proudění. Změny gradientu tlaku a tedy i tlaku generují dva protiběžné kanálové víry, viz Obrázek 3b. Kanálové víry podporují vznik koutových vírů. Tento jev se vyskytuje na statorových i rotorových lopatkových kanálech.

3:



(a) vznik gradientu tlaku v lopatkovém kanálu; (b) vznik příčného proudění v důsledku rozdílných tlaků, respektive jejich gradientů mezi jádrem proudu c (core) a patou n a špicí lopatky r . SS-sací strana lopatky; PS-přetlaková strana lopatky; PV-příčné (víry) proudění (passage vortices); CV-koutové víry (counter vortices). p [Pa] tlak; W [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$] relativní rychlost pracovní tekutiny. r -radiální směr; θ -obvodový směr; a -axiální směr.

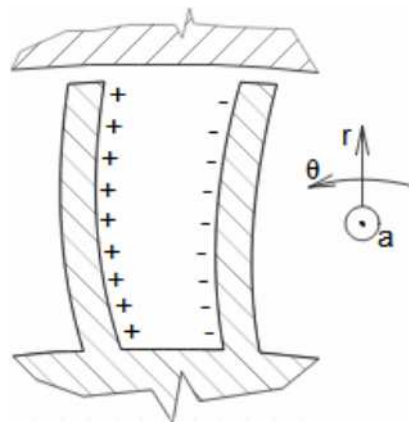
Vliv nátokového úhlu a Machova čísla na ztrátu sekundárním prouděním

Velikost ztráty sekundárním prouděním roste například se zvětšujícím se nátokovým úhlem a s klesajícím Machovým číslem. Predikce změn úhlů rychlostí vlivem sekundárního proudění u zkroucených lopatek je provedena například v [Dixon and Hall, 2010, s. 212].

Opatření ke snížení ztráty sekundárním prouděním

Ke zmenšení ztráty sekundárním prouděním axiálních stupňů se provádí naklonění lopatek od radiální osy, ale účinnější je jejich prohnutí (Obrázek 4) [Japikse, 1997, s. 6-13].

– 4: –



Příklad prohnuté lopatky

Rovnice prohnuté lopatky

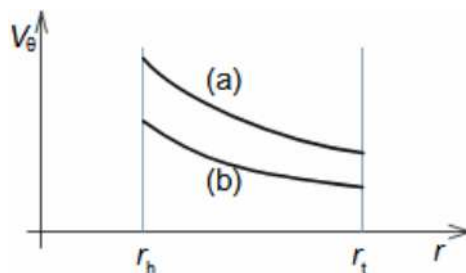
Tvar prohnuté lopatky axiálního stupně se nenavrhuje za podmínky konstantní cirkulace obvodové složky rychlosti (podmínka potenciálního víru), ale naopak za podmínky její změny podle nějaké exponenciální funkce. Například podle funkce definované Rovnicí 5, viz Obrázek 6. Tato rovnice je výhodná v tom, že Eulerova práce po výšce lopatek je konstantní jako u potenciálního proudění (rovnice potenciálního víru je speciálním případem této rovnice).

– 5: –

$$\left. \begin{aligned} r \cdot V_{1\theta} &= a \cdot r^{n+1} + b \\ r \cdot V_{2\theta} &= a \cdot r^{n+1} - b \end{aligned} \right\} \Rightarrow r \cdot V_{1\theta} - r \cdot V_{2\theta} = 2b = \frac{w_E}{\omega}$$

V [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$] absolutní rychlost; r [m] poloměr; w_E [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] Eulerova práce na vyšetřovaném poloměru; ω [$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$] úhlová rychlost otáčení rotoru; a , n [SI] navržené konstanty; b [SI] konstanta (lze vypočítat z navržené Eulerovy práce na referenčním poloměru).

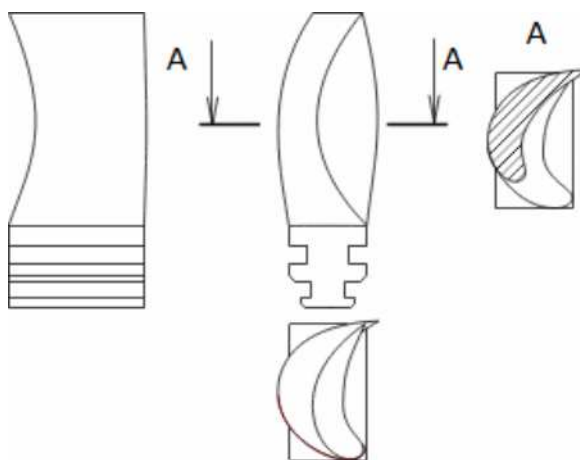
6:

(a) $r \cdot V_\theta = \text{konst.}$; (b) průběh V_θ podle Rovnice 5 ($n < -1$).

Průběh změn úhlů
rychlostí prohnutých
lopatek

Exponenciální průběh cirkulace rychlosti způsobuje, že úhel relativní rychlosti se mění tak, že na špičce lopatky může být velmi blízký úhlu u paty lopatky, i když ve středu lopatky je značně rozdílný, viz Obrázek 7.

7:

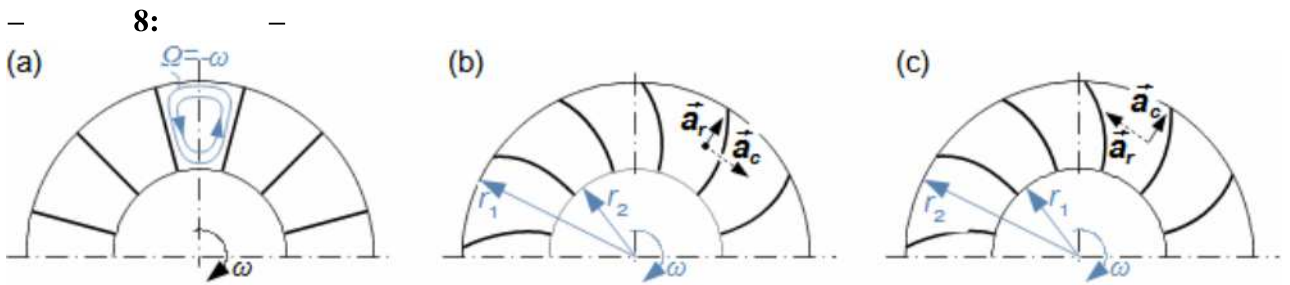
Lopatka je navržena podle Rovnice 5.

Vznik protiběžného
víru ve stupni s
radiální složkou
rychlosti

Protiběžný vír vzniká působením Coriolisova zrychlení na proudící pracovní tekutinu v radiálním směru, proto má tento vír tím významnější vliv, čím větší je radiální složka proudění. Výrazně ovlivňuje proudění v radiálních stupních, viz Obrázek 8a. Tento jev je analogický ke vzniku cyklonů vznikajících v atmosféře Země.

Vliv protiběžného
víru na odtržení
proudu od lopatek

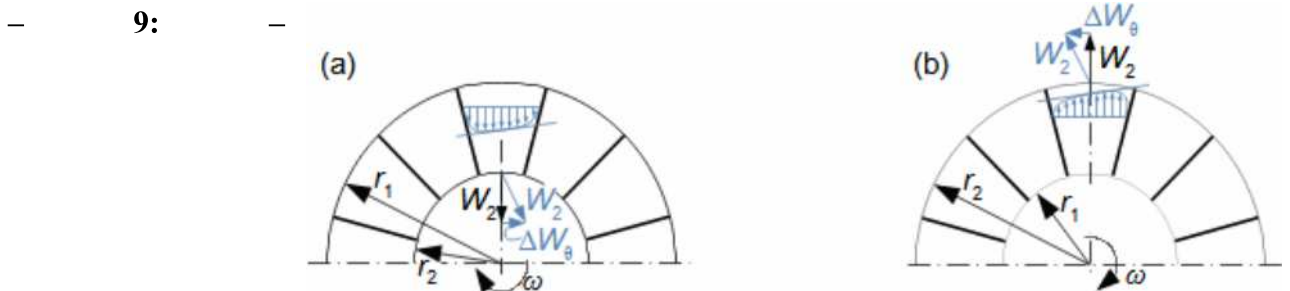
Protiběžný vír zvyšuje náchylnost na odtržení proudu od lopatek centrifugálních stupňů pracovních strojů. U lopatek dopředu zahnutých je tato náchylnost větší, protože odstředivé zrychlení směřuje od sací strany lopatek. U dozadu zahnutých lopatek je náchylnost na odtržení proudu menší, protože odstředivé zrychlení směřuje k ploše sací strany lopatek, tím mezní vrstvu částečně stabilizuje, viz Obrázek 8(b, c). Z uvedených důvodů je hustota lopatkové mříže s radiálními dopředu zahnutými lopatkami větší než mříží s dozadu zahnutými lopatkami, i když to znamená vyšší profilové ztráty.



(a) směr protiběžného víru; (b) dostředivé proudění; (c) odstředivé proudění.
 Ω [rad·s⁻¹] úhlová rychlost protiběžného víru; a_r [m·s⁻²] odstředivé zrychlení; a_c [m·s⁻²] Coriolisovo zrychlení.

Vliv protiběžného víru na radiální a obvodové složky rychlosti

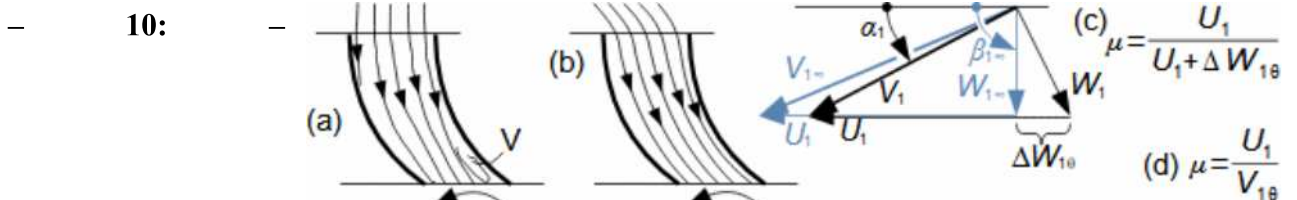
Přímým důsledkem působení víru je nerovnoměrné rozložení radiální složky rychlosti proudění v lopatkovém kanálu (na jedné straně ji urychluje, ale na druhé straně kanálu ji zpomaluje) a změna obvodové složky výtokové rychlosti, které se říká skluz (Obrázek 9(a, b)).



ΔW_θ [m·s⁻¹] odchylka obvodové složky relativní rychlosti na výtoku z rotoru, kterou způsobil protiběžný vír.

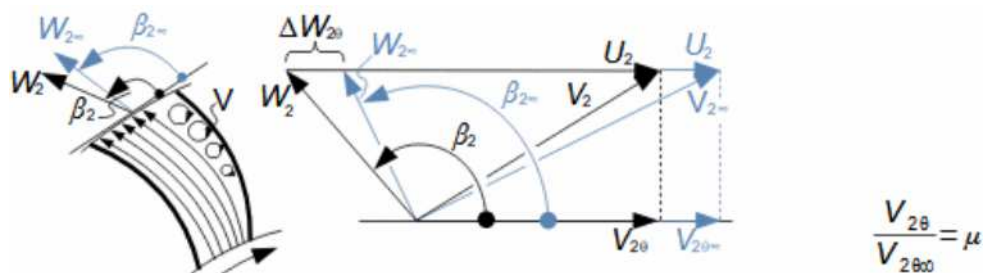
Predikce změny obvodové složky rychlosti pomocí součinitele skluzu

Protiběžný vír ve výsledku snižuje hodnotu Eulerovy práce kvůli nevýhodné změně obvodové složky rychlosti $W_{2\theta}$ a tedy i $V_{2\theta}$ na výtoku z rotoru. K predikci vlivu protiběžného víru na Eulerovu práci se používá veličina nazývaná součinitel skluzu. Skluz je definován zvláště u stupňů turbín (Obrázek 10) a zvláště u stupňů pracovních strojů (Obrázek 11).



(a) vliv protiběžného víru na proudění; (b) v případě centripetálních turbín je možné kompenzovat skluz změnou úhlu absolutní rychlosti před rotorem, tím se změní i úhel relativní rychlosti; (c) obecný vzorec pro součinitel skluzu; (d) speciální vzorec pro součinitel skluzu při $\beta_{1\infty} = 90^\circ$ (vzorce pro jiné případy, například [Dixon and Hall, 2010, s. 279]). μ [1] součinitel skluzu pro centripetální turbíny; β [°] úhel relativní rychlosti. V-víry, které vznikají při odtržení proudu od lopatek. Index ∞ označuje parametry rychlostního trojúhelníku pro případ nekonečného počtu lopatek (případ, kdy nevzniká protiběžný vír).

– 11: –

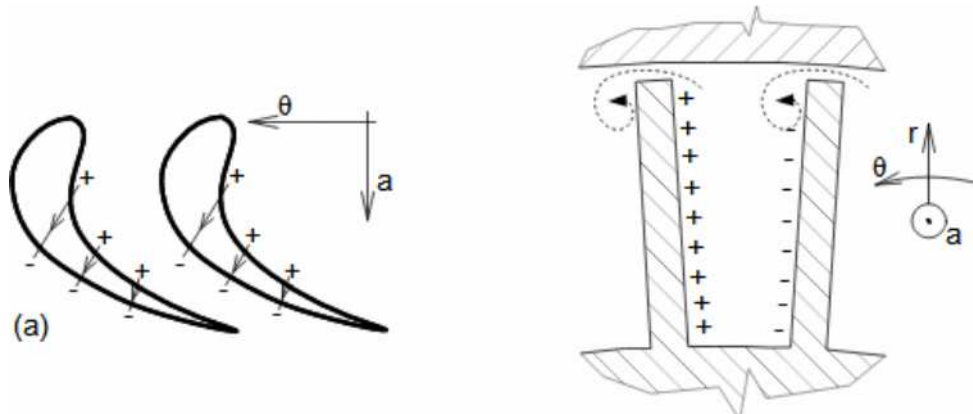


μ [1] součinitel skluzu pro centrifugální stupně pracovních strojů (vztahy pro jeho výpočet jsou uvedeny například v [Dixon and Hall, 2010, s. 239]).

Okrajové ztráty

Okrajovými ztrátami se nazývá negativní vliv přetékání pracovní tekutiny u špic lopatek z přetlakové na sací stranu, při kterém vznikají i koutové víry, viz Obrázek 12.

– 12: –



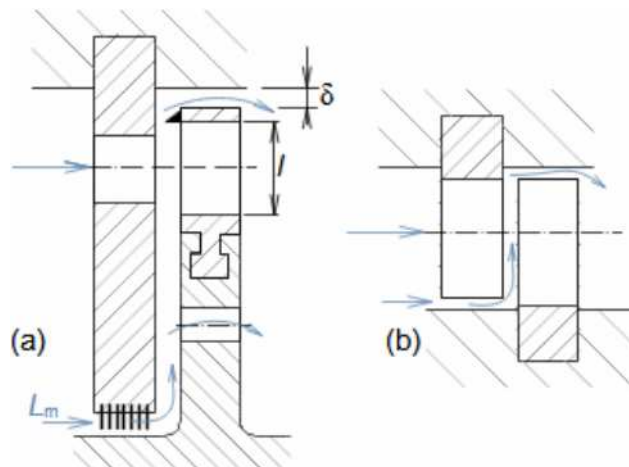
Snížení okrajových ztrát pomocí bandáží lopatek

Okrajovou ztrátu lze snížit použitím bandáží, které zamezují přetákaní přes okraj lopatek. U radiálních stupňů se bandáž označuje jako krycí disk, viz Obrázek 20b.

Ztráty vnitřní netěsností stupně

Mezi rotorovými lopatkami a skříní, respektive mezi statorovými lopatkami a hřídelí, musí být jistá radiální mezera δ , a to i v případě použití bandáží, viz Obrázek 13. Především v případě tepelných strojů je tato mezera významná, protože kompenzuje teplotní roztažnost materiálu. Pracovní tekutina, která uniká přes tuto mezera nekoná práci a představuje tedy ztrátu. Velikost této ztráty závisí na konstrukci stupně a bandáže.

- 13: -



(a) netěsnost u rovnotlakového stupně s diskovým rotorem a lopatkami s bandážemi; (b) ztráta vnitřní netěsností u stupně bez bandáží. L_m [$\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$] hmotnostní tok netěsnostmi stupně; δ [m] délka radiální mezery; l [m] délka lopatky.

Narušení hlavního proudu prouděním netěsnostmi

Proudění netěsnostmi může také narušit hlavní proud, protože má vyšší energii. V případě diskových rotorů, se proto netěsnost předchozí řady lopatek odsává otvorem v disku mimo lopatkové kanály (Obrázek 13a). Netěsnost lopatek bez bandáže má vliv i okrajovou ztrátu, viz Úloha 1036.

Stanovení ztráty vnitřní netěsností a její vliv na celkové vnitřní ztráty

Vztahy pro přibližné stanovení ztráty vnitřní netěsností jsou uvedeny v [Japikse, 1997, s. 6-35], [Zekui et. al., 2025] (v češtině [Kadrnožka, 2004, s. 95, 200]). Poměrná ztráta vnitřní netěsností klesá s délkou lopatek, respektive s poměrem délky lopatek l a radiální mezery δ (ztráty vnitřní netěsností pro případ krátkých lopatek mohou být řádově nejvýznamnějšími vnitřními ztrátami). U stupňů pracovních strojů se navíc může v některých provozních stavech projevit netěsnost kladně, protože stabilizuje proudění stupně. Závislost délky lopatek na účinnosti stupně kompresoru je uvedena například v [Misárek, 1963, s. 73].

- **Úloha 1036:** - Určete vnitřní ztráty a vnitřní výkon axiálního stupně parní turbíny s přímými lopatkami. Vypočítaná účinnost Eulerovy práce na střední poloměru stupně je 0,8405. Další parametry stupně jsou tyto: $r_m=325$ mm; $\delta=0,5$ mm; $l=25,6425$ mm; $\alpha_1=20^\circ$; $U_1=102,1018$ m·s⁻¹; $V_1=147,4688$ m·s⁻¹; $V_2=62$ m·s⁻¹ (stupeň je normální tj. navržen pro rovnost rychlostí $V_0=V_2$); $L_h=3,3970$ kJ·kg⁻¹ (profilové ztráty); $\Delta h_{is}=21,3$ kJ·kg⁻¹, $m=12$ kg·s⁻¹. Řešení úlohy pomocí vzorců používaných ve společnosti PBS je uvedeno v Příloze 1.

Vliv
nerovnoměrného
rychlostního pole na
odtrhávání proudu a
kmitání lopatek

Nerovnoměrné rychlostní pole také přispívá ke zvýšení citlivosti difuzorových lopatkových kanálů na odtržení proudu od lopatek a buzení kmitání o frekvenci odpovídající násobku počtu lopatek a otáček. Buzení kmitů od nerovnoměrného rychlostního pole lze ovlivnit změnou počtu lopatek rotoru oproti statoru – obvykle počet statorových lopatek je sudý a rotorových lichých, protože při malém počtu lopatek jsou lépe rozloženy navývažky a tedy i směr kmitů rotoru. Vyhladit rychlostní pole lze zvětšením mezery mezi lopatkovými mřížemi, což ale vede na zvýšenou tlakovou ztrátu mezi řadami lopatek a zvětšením stroje.

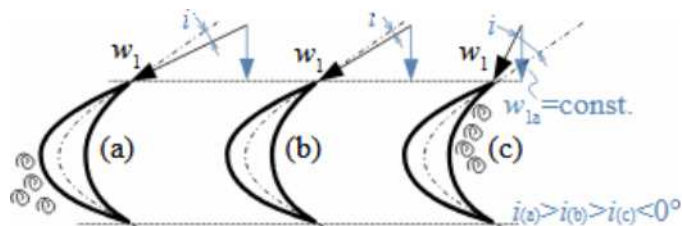
Ztráta nesprávným nátokovým úhlem

Ztráta nesprávným nátokovým úhlem vzniká při nesprávném směru proudění pracovní tekutiny do lopatkového kanálu. Nátokový úhel je pak příliš velký nebo naopak malý oproti návrhovému stavu, což může vést k odtržení proudu od lopatek.

Příčiny vzniku
odchylek od
jmenovitých
nátokových úhlů

Ztráta nesprávným nátokovým úhlem vzniká, jestliže nátoková hrana lopatek nerespektuje změny obvodové rychlosti a tedy nátokového úhlu – týká se zejména přímých lopatek (Obrázek 15) axiálních stupňů a záběrníků radiálních stupňů. Může také vzniknout u zkroucených lopatek při změně objemového toku nebo otáček. Vztahy pro její stanovení jsou uvedeny například v [Kadrnožka, 2004, s. 100].

– 15: –

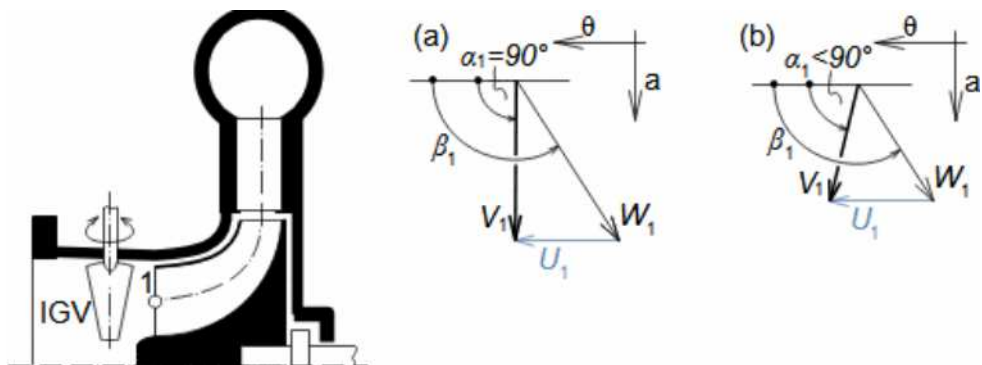


Změna nátokového úhlu po délce přímé lopatky: (a) proudění u paty lopatek; (b) proudění na středním průměru (v jádru lopatkového kanálu); (c) proudění u špičky lopatky. i [°] nátokový úhel.

Způsoby regulace
nátokového úhlu při
změně hmotnostního
toku

Optimální nátokový úhel při změně průtoku stupněm lze zachovat změnou otáček. Jestli není možné otáčky měnit, pak lze nátokový úhel udržovat v optimálních mezích natáčením lopatek. U jednostupňových axiálních a radiálních pracovních strojů lze také použít natáčivé předřazené lopatky, viz Obrázek 16. Při změně průtoku se předřazené statorové lopatky natočí tak, aby se co nejméně měnil vstupní úhel relativní rychlosti do mříže rotoru, tím se dosáhne co nejmenšího poklesu účinnosti kvůli změně nátokového úhlu.

16:

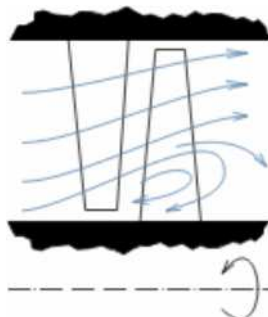


Princip předřazených statorových lopatek: (a) vtokový rychlostní trojúhelník při jmenovitém průtoku; (b) odklon rychlosti V_1 od osového směru pomocí předřazených lopatek, tak aby úhel β_1 zůstal zachován i při sníženém průtoku. IGV-předřazené statorové lopatky (inlet guide vane). α [°] úhel absolutní rychlosti; β [°] úhel relativní rychlosti.

Ztráta zpětným prouděním

V případě sníženého hmotnostního toku může dojít k významnému odtržení proudu od omezujících meridiálních ploch lopatkových kanálů (u pat lopatek) a zpětnému proudění, jak ukazuje Obrázek 17. To je způsobeno působením odstředivých sil na pracovní tekutinu.

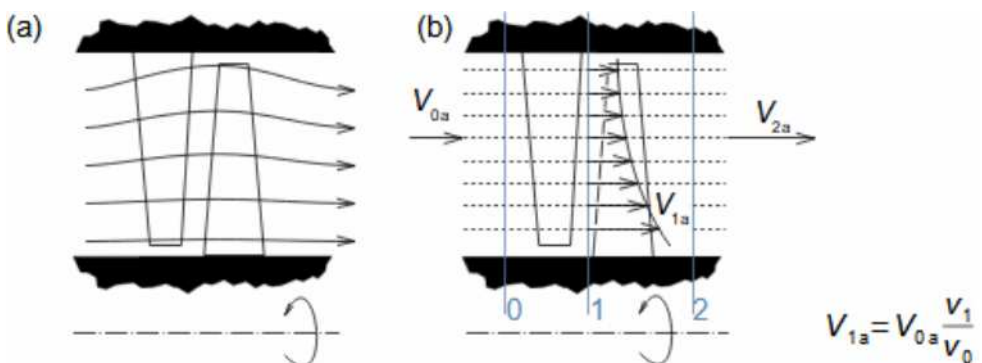
17:



Zvýšená citlivost na zpětné proudění u tepelných strojů

Vznik zpětného proudění u tepelných strojů je navíc podpořeno zvýšením hustoty pracovního plynu u špic lopatek vlivem působení odstředivých sil. To znamená, že lze, u čistě axiálního stupně navrženého pro konstantní velikost axiální složky rychlosti $V_a(r)=\text{konst.}$, očekávat tvar proudnic jako na Obrázku 18a a většina pracovního plynu bude protékat blíž k vnějšímu poloměru lopatek i při jmenovitém průtoku.

18:



(a) odklon proudnic ve stupni navrženém pro $V_a(r)=\text{konst.}$; (b) princip návrhu stupně s konstantním měrným hmotnostním tokem. ν [$\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$] měrný objem.

Návrh stupně
tepelného stroje s
konstantním měrným
hmotnostním tokem

Rovnoměrný průtok axiálním stupněm tepelného stroje (a snížit tím i náchylnost na ztrátu zpětným prouděním) lze zajistit zavedením podmínky konstantního měrného hmotnostního toku stupněm. Takový stupeň je navržen tak, aby na každé proudové ploše byl v axiálním směru stejný měrný hmotnostní tok (hmotnostní tok na mm^2 průtočné plochy), viz Obrázek 18b – v případě nestlačitelných tekutin je tato podmínka splněna vždy.

Paradox axiálního
stupně s konstantním
měrným tokem, který
nesplňuje podmínky
pro osově symetrické
potenciální proudění

Čistě axiální stupně, kterými protéká stlačitelná tekutina, navržené na konstantní měrný hmotnostní tok nespĺňují podmínky pro osově symetrické potenciální proudění – konkrétně není splněna podmínka, že se změnou axiální složky rychlosti v radiálním směru se musí měnit i radiální složka rychlosti v axiálním směru (tuto podmínku splňují až kuželové stupně, viz níže). Nicméně takto navržené axiální stupně mívají větší účinnosti mimo optimální stav než stupně navržené pro konstantní hodnotu axiální složky rychlosti – především při sníženém hmotnostním toku, protože průtok stupněm je rovnoměrněji rozložený.

Aktivní způsoby
zamezení zpětnému
proudění

Zpětnému proudění v lopatkovém kanálu lze zamezit natáčením lopatek nebo změnou otáček. Například u Kaplanových turbín lze zpětnému proudění zabránit velmi dobře díky natáčením rotorových lopatek, ale u Francisových turbín mimo optimální provozní stav už problémy se zpětným tokem jsou, více v [Hesari et al., 2024].

Ztráty změnou meridánové rychlosti

Je snahou, aby výtoková rychlost lopatkového stroje byla stejná jako vtoková. Jestliže je vyšší, pak mluvíme o ztrátě v kinetické energii výtokové rychlosti, což je energie pracovní tekutiny, která se netransformovala na vnitřní práci stroje – místo toho se zvýšila kinetická energie pracovní tekutiny. Samozřejmě jsou případy, kdy je zvýšení výtokové rychlosti žádoucí (vrtule, proudové motory apod.).

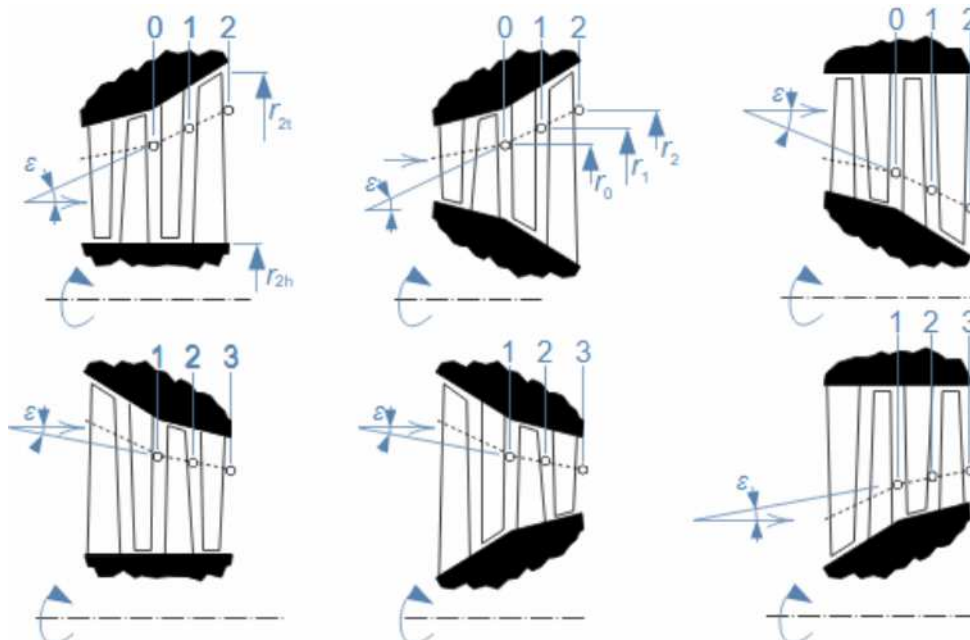
Příklady vzniku
ztráty změnou
meridánové
rychlosti

Změna meridánové rychlosti může generovat i další typy ztrát. Například u tepelných turbín během expanze dochází ke zvyšování měrného objemu a při stejných průtočných průřezích se zvyšuje nejen výtoková rychlost, ale i profilové ztráty. Obdobně je to při kompresi v turbokompresorech, kde při stejných průtočných průřezích dochází k poklesu rychlosti. To znamená, že může klesnout ztráta třením, ale s poklesem rychlosti je nutné zvětšit prohnutí lopatek (pro zachování stejné Eulerovy práce stupně, respektive obvodové složky rychlosti), což může vést k odtržení proudu od lopatek.

Stupně navržené s konstantní meridiánovou rychlostí se nazývají normální stupně

U tepelných turbín a turbokompresorů je tedy nutné postupně průtočné průřezy měnit tak, aby vtoková a výtoková rychlost postupně zůstávaly přibližně stejné. Stupně s touto podmínkou se také nazývají normální stupně. Zatím co u radiálních stupňů změny průtočných průřezů na vtoku a výtoku nemají podstatný vliv na postup návrhu stupně, tak u axiálních stupňů je zásah do návrhu mnohem významnější, protože je nutné uvažovat i o radiální složce rychlosti, tak jak se mění délky lopatek – proto už hovoříme o kuželovém stupni, viz Obrázek 19.

19:

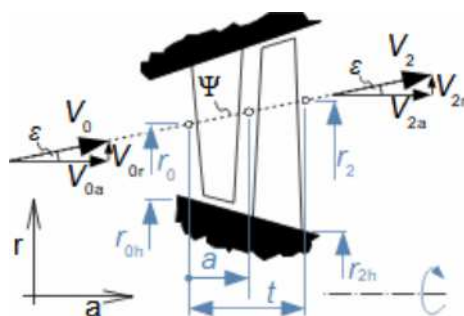


Příklady provedení kuželových stupňů: ε [°] úhel mezi axiálním směrem a směrem po kuželové ploše. Další příklady kuželových stupňů jsou uvedeny článku Termodynamika tepelných turbín.

Výpočet délek lopatek kuželového stupně

Kuželové stupně jsou stupně se změnou délek lopatek v rámci jednoho stupně, ve kterém jsou návrhové proudové plochy kuželové, viz Obrázek 20. Používají se u stlačitelného proudění ke kompenzaci změny hustoty, tak aby axiální složka rychlosti na výtoku ze stupně byla stejná jako na jeho vtoku.

20:



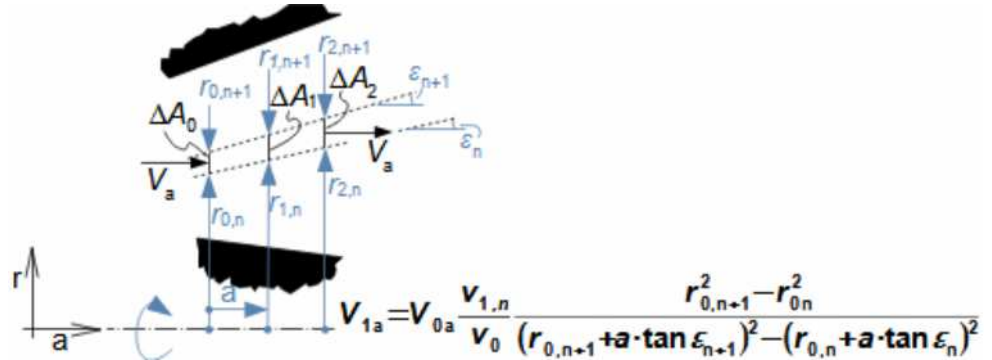
$$r_2 = \sqrt{\frac{V_2}{V_0} (r_0^2 - r_{0h}^2) + r_{2h}^2}$$

Ψ -vyšetřovaná proudnice; t [m] délka stupně. Na obrázku je příklad proudění po čistě kuželových plochách ve stupni turbíny. Vzorec je zapsán ve tvaru pro turbínové stupně, pro stupně pracovních strojů platí stejný vzorec, s tím, že stačí zaměnit index 0 za 1 a index 1 za 3. Odvození rovnice, za předpokladu $V_{00}=V_{20}=0$, je v Příloze 3.

Vztahy mezi jednotlivými složkami absolutní rychlosti

Posledním vzorcem je dán jednoznačný vztah mezi axiální a radiální složkou rychlosti, protože z délky stupně t lze vypočítat úhel kuželové plochy ε . Kuželový stupeň zohledňuje změnu hustoty a je navržen za podmínky konstantního měrného průtoku. Znamená to, že axiální složka rychlosti je ve směru radiálním proměnná (Vzorec 21), a protože ve směru axiálním se mění i radiální složka, tak se takový návrh blíží předpokladům potenciálního proudění.

– 21: –

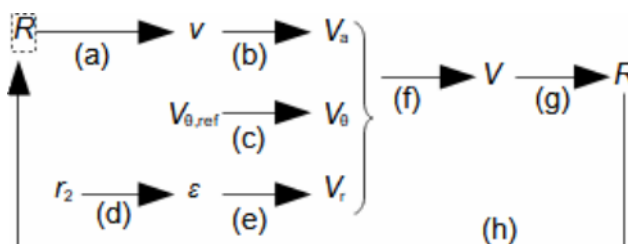


A [m²] průtočný průřez; n -číslo proudové plochy. Axiální rychlost se počítá těsně před nátokovou hranou lopatky a za odtokovou hranou lopatky. Změna poloměru mezi lopatkovými řadami způsobuje, že výtokový trojúhelník předchozí řady bude jiný než na vtoku následující řady, a je nutné přepočítat nejen axiální ale i obvodovou složku rychlosti. Vzorec je zapsán ve tvaru pro turbínové stupně, pro stupně pracovních strojů platí stejný vzorec, s tím, že stačí zaměnit index 0 za 1 a index 1 za 3. Odvození vzorce je uvedeno v Příloze 4.

Iterační výpočet stupně reakce

Stupeň reakce R pro jednotlivé poloměry se musí počítat iteračně. Nejprve se provede odhad stupně reakce pro vyšetřovaný poloměr a z něj se stanoví parametry pracovního plynu, ze kterých se následně spočítají rychlosti a stupeň reakce jehož hodnota se porovná s odhadem, viz Obrázek 22.

– 22: –



R [1] stupeň reakce. (a) odhad stupně reakce R a z h -s diagramu nebo výpočtem určit měrný objem na výtoku z první řady lopatek; (b) výpočet axiální složky rychlosti; (c) výpočet obvodové složky rychlosti ze vzorce pro konstantní cirkulaci rychlosti a zadaného trojúhelníku na referenčním poloměru; (d) výpočet výtokového poloměru stupně podle Vzorce 20 a úhlu ε ; (e) výpočet radiální složky rychlosti; (f) výpočet absolutní rychlosti; (g) výpočet stupně reakce z rychlostí; (h) porovnání s původním odhadem stupně reakce, jestliže přesnost odhadu nebyla dostatečná, pak se výpočet opakuje s novým odhadem. Index _{ref} označuje zadané parametry na referenčním poloměru.

Odkazy na jiné metody výpočtu kuželového stupně

Výše uvedený postup návrhu kuželového stupně je pouze jeden z mnoha možných variant, například v [Kadrnožka, 2004], [Pfleiderer and Petermann, 2005] se sklon kuželových ploch předepisuje a následně iteračně dopočítává vtoková a výtoková rychlost stupně na jednotlivých poloměrech.

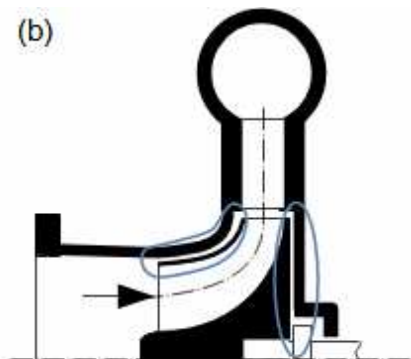
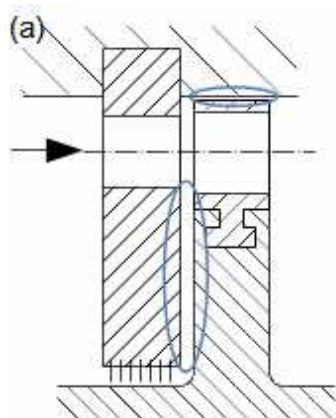
Ventilační ztráta rotoru

Ventilační ztráta rotoru je ekvivalentní části Eulerovy práce, kterou je třeba vynaložit k překonání třecího odporu pracovní tekutiny proti otáčení rotoru – takže průměrná hodnota Eulerovy práce musí být větší než vnitřní práce stupně.

Ventilační ztráta u diskových rotorů

Významná ventilační ztráta vzniká například u diskových konstrukcí rotorů (Obrázek 23a), kde je relativně velká plocha disku ve styku s pracovní tekutinou uzavřenou mezi diskem a statorem. Dále je významná u radiálních stupňů (Obrázek 23b). Ventilační ztráta také vzniká na vymežujících plochách mezi rotorem a statorem (bandáží), ale tato ztráta bývá relativně malá.

– 23: –



(a) hlavní třecí plochy mezi disky axiálního stupně; (b) hlavní třecí plochy radiálních stupňů.

Rozdělení tepelného toku z ventilační ztráty

Teplo vznikající při tření o třecí plochy je sdíleno s pracovní tekutinou a hmotou stroje, viz Vzorec 24.

– 24: –

$$w_r = q_r = \delta \cdot w_r + (1 - \delta) w_r$$

w_r [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] ventilační ztráta; q_r [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] teplo z ventilační ztráty; δ [1] součinitel rozdělení tepelného toku z ventilační ztráty rotoru; $\delta \cdot w_r$ [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] část tepla vzniklé ventilací odvedené do stěn stroje (teplo sdílené s okolím); $(1 - \delta) w_r$ [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] část tepla vzniklé ventilací odvedené do pracovní tekutiny.

Vzorce pro predikci ventilačních ztrát

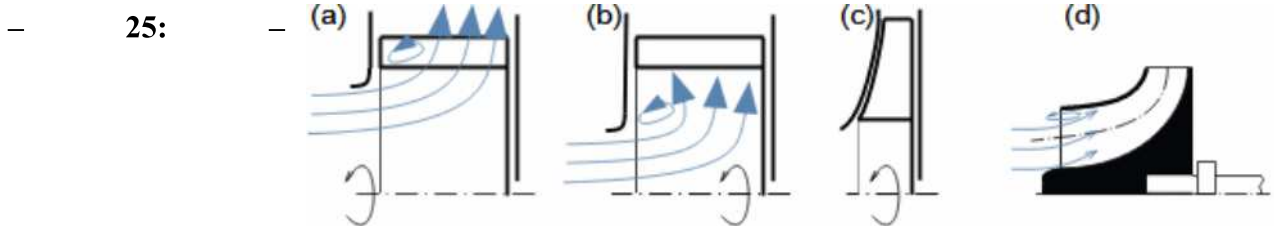
K výpočtu ventilačních ztrát se používají poloempirické vztahy, např. [Pfleiderer and Petermann, 2005, s. 323], pro rotory bez krycího disku jsou uvedeny vztahy v [Kousal, 1980, s. 249], které zahrnují i ztrátu okrajovou lopatek. Tyto vztahy jsou funkcí rozměrů a tvaru rotoru a otáček.

Ztráty v sání u radiálních stupňů

U čistě radiálních stupňů mohou vznikat v blízkosti nátokových hran při změně směru proudnic z axiálního do radiálního směru (Obrázek 25a). Víry vznikají i u špic lopatek zaběrníku radiální stupně (Obrázek 25d).

Konstrukční opatření ke snížení ztráty na sání

V případě radiálních lopatek bez záběrníku lze vliv této ztráty snížit zvětšením mezery nátokovými hranami lopatek a hranou sacího axiálního kanálu, viz Obrázky 25(a, b). Vedle toho je možné použít ke snížení vlivu těchto vírů se konstruují stupně s postupným zmenšením šířky radiální lopatky bez záběrníku, Obrázek 25c.

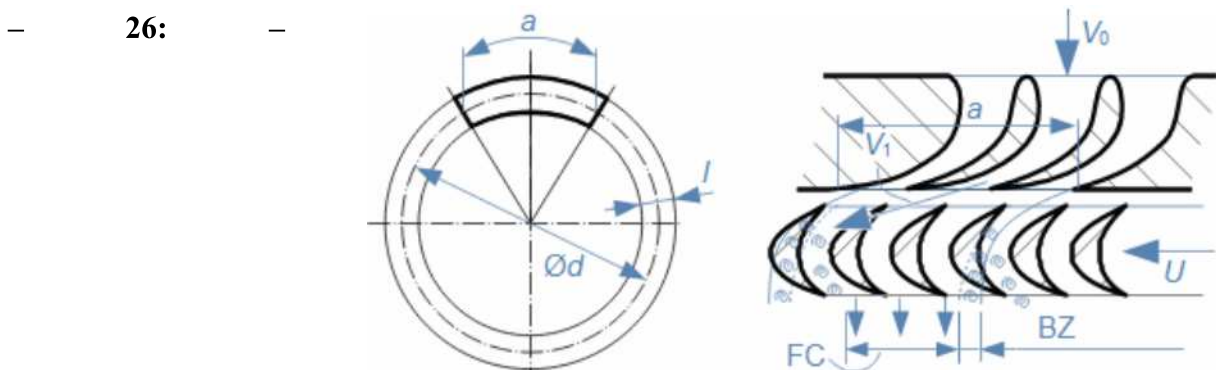


Odkazy na zdroje dat

Rozsáhlé informace z měření vlivu v sání radiálních kompresorů na účinnost radiálního kompresorového stupně jsou uvedeny v [Misárek, 1963].

Ztráta parciálním ostřikem

Ztráta parciálním ostřikem vzniká v případech, kdy tekutina vtéká do stupně pouze na části obvodu rotorové řady lopatek, viz Obrázek 26. Samotná ztráta je realizována v okrajových pásmech (víření tekutiny v důsledku odtrhávání proudu od lopatek) a třením lopatek o "statickou" pracovní tekutinu mimo pracovní oblast.



Parciálního ostřik rotorové řady lopatek Lavalovy turbíny: a [m] délka statorové řady lopatek (skupiny trysek); l [m] délka lopatek; FC-jádro proudu (flow core); BZ-okrajové pásmo (border zone).

Parciální ostřik zejména tam, kde je skupinová regulace

Ztráta parciálním ostřikem se vyskytuje u jednostupňových turbín např. Lavalových turbín (kde statorová řada lopatek nebývá po celém obvodu) nebo u skupinové regulace parních turbín a také u spalovacích turbín s trubkovými spalovacími komorami.

Odkaz na vzorce

Podrobnosti k mechanismu vzniku ztráty parciálním ostřikem a její přibližný výpočet je uveden v [Kadrnožka, 2004, s. 196].

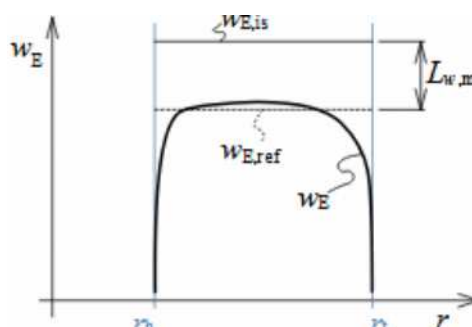
Příklad postupu při návrhu stupně se ztrátami

Při rozhodávání o postupu návrhu stupně lopatkového stroje se berou v úvahu požadavky na jeho výkonové parametry, cenu, náklady na provoz, způsob provozu i podle toho zda se jedná o stroj pro sériovou výrobu nebo kusovou. Z toho důvodu nelze popsat univerzální postup výpočtu ztrát lopatkového stroje. O návrhu průtočných částí lopatkových strojů lze obecně říci, že je lze navrhnout podle analytických výpočtových modelů a optimalizovat a zpřesnit jejich parametry pomocí počítačových výpočtových modelů.

Vliv ztrát na rozložení Eulerovy práce

Při analytickém návrhu provádíme buď 1D nebo 2D výpočet. V případě 2D výpočtu musí být dodržena podmínka energetické rovnováhy. To znamená, že základem je predikce Eulerovy práce na jednotlivých vyšetřovaných poloměrech stupně tak, že součet ztrát a Eulerovy práce musí být na každém poloměru stejný a roven ideální Eulerově práci beze ztrát, viz Obrázek 27.

27:



$w_{E,is}$ [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$] průběh Eulerovy práce při proudění beze ztrát; $w_{E,ref}$ [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$] navrhovaný lineární (konstantní) průběh Eulerovy práce částečně respektující průměrné ztráty stupně; $L_{w,m}$ [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$] průměrné profilové ztráty stupně. Obrázek je nakreslen pro axiální stupeň turbíny, průběh Eulerovy práce pracovního stupně je uveden v článku Termodynamika turbokompresorů.

Postup v první iteraci výpočtu

První iterace 2D výpočtu stupně začíná výpočtem ideální Eulerovy práce, odhadem vnitřních ztrát na vyšetřovaném poloměru (respektive odhad průběhu w_E) a návrhem základních parametrů na referenčním poloměru (pokud nejsou součástí zadání), kterým je obvykle poloměr u paty, nebo střední kvadratický poloměr. Parametry na dalších poloměrech se dopočítávají z parametrů na referenčním poloměru přes hodnotu stupně reakce. V případě hydraulických strojů, respektive pro nestlačitelnou tekutinu, lze odvodit vzorce pro stupeň reakce axiálního stupně pro jednotlivé poloměry, viz Vzorec 28. V případě stlačitelné tekutiny je nutné použít iterační smyčku podle Obrázku 22, viz Úloha 1035.

– 28: –

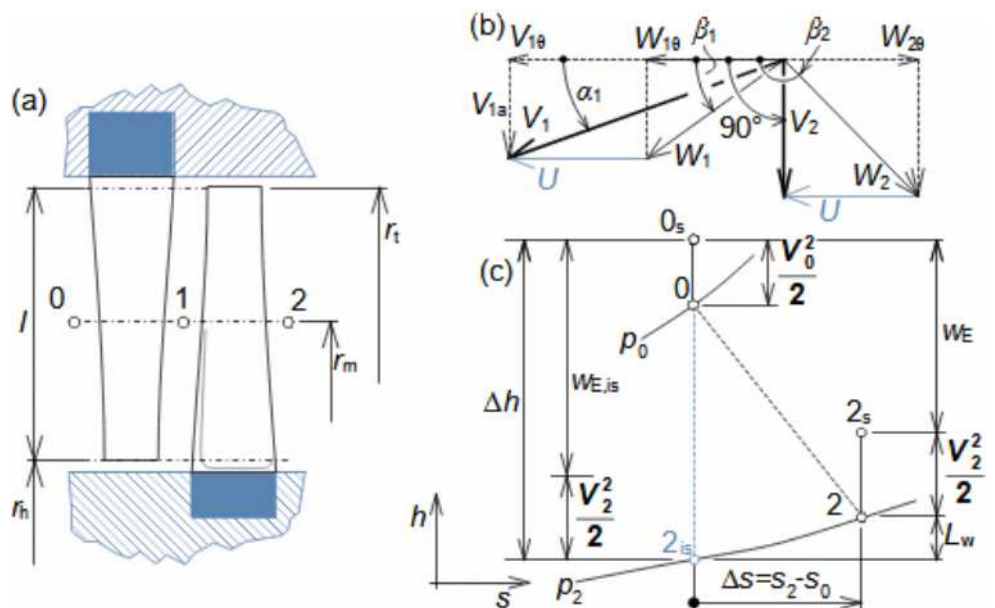
$$(a) R = 1 - \left(1 - R_{ref}\right) \left(\frac{r}{r_{ref}}\right)^{n-1}$$

$$(b) R = 1 - \left(1 - R_{ref}\right) \left(\frac{r_{ref}}{r}\right)^2$$

Stupeň reakce axiálního stupně s konstantní Eulerovou prací a nestlačitelnou tekutinou: (a) stupeň reakce pro případ návrhu obvodové složky rychlosti podle Vzorce 5; (b) stupeň reakce pro případ návrhu obvodové složky rychlosti podle rovnice pro potenciální vír ($n=-1$). Index $_{ref}$ označuje veličinu na referenčním poloměru lopatky. Odvození je uvedeno v Příloze 5.

- **Úloha 1035:** – Proved'te základní návrh posledního stupně parní turbíny se zkroucenými lopatkami s konstantní Eulerovou prací po délce lopatek. Návrh proved'te pro proudění se ztrátami, přičemž předpokládejte, že hodnota profilové ztráty je po délce konstantní. Zadané parametry jsou: $p_0=13$ kPa; $h_0=2488$ kJ·kg⁻¹; $\xi_w=0,1$ (vztaženo k hodnotě Δh); $V_0=70$ m·s⁻¹; $p_2=3,42$ kPa; $N=50$ s⁻¹; $m=52$ kg·s⁻¹. Patní poloměr navrhnete pro stupeň reakce 0,05. Výpočet proved'te alespoň u paty, špičce lopatky a středním poloměru lopatky.

Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 2.



(a) meridiální řez stupněm; (b) návrh tvaru rychlostního trojúhelníku; (c) h - s diagram na jednotlivých poloměrech s uvožováním pouze profilových ztrát.

Ztráty v hrdlech lopatkových strojů

Hrdla musí udržovat rovnoměrný tlak tekutiny na celém obvodu vtokové části prvního a výtokové části posledního stupně stroje. Ve vtokových hrdlech je pracovní tekutina obvykle mírně urychlována směrem k prvnímu stupni. Ve výtokových hrdlech je pracovní tekutina obvykle mírně zpomalována směrem od posledního stupně. V obou případech se změnou rychlostí kompenzuje tlaková ztráta.

Definice ztráty v hrdlech

Ztráta v hrdlech je obvykle vztažena ke kinetické energii tekutiny před hrdlem, viz Vzorec 29. Podíl ztrát v hrdlech na vnitřních ztrátách stroje klesá s počtem stupňů, respektive u jednostupňových strojů mají podstatný vliv na vnitřní účinnost.

29:

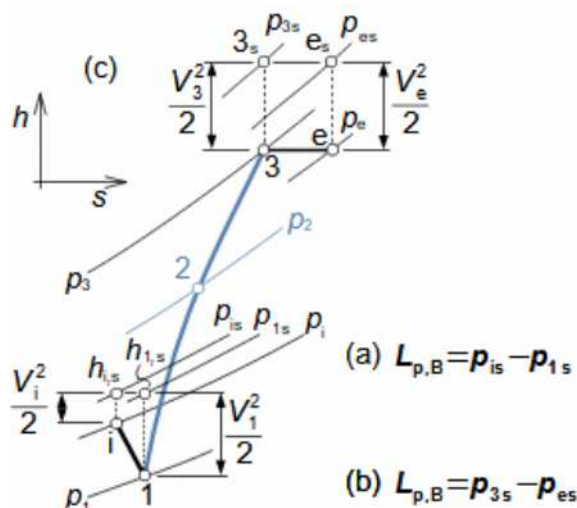
$$\xi_{h,B} = \frac{L_{p,B}}{\frac{1}{2} \rho \cdot V_i^2}; \quad L_{h,B} = \xi_{h,B} \frac{V_i^2}{2}$$

$L_{h,B}$ [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] ztráta v hrdle; V_i [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$] střední rychlost ve vtokovém průřezu hrdla; L_p [Pa] tlaková ztráta v hrdle; ρ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$] hustota; ξ_B [1] poměrná ztráta hrdla.

Popis energetických transformací v hrdlech

Na Obrázku 30 je h - s diagram termodynamických změn probíhajících v hrdlech pracovního stroje. Tlak ve vtokovém hrdle se postupně snižuje tak, jak se snižuje průtočný průřez (probíhá zde sání). Ve výtokovém hrdle probíhá přibližně škrcení, aby byla kompenzována tlaková ztráta hrdla (klesá celkový tlak), případně zde probíhá mírná komprese pro stabilizaci mezní vrstvy. Zejména u ventilátorů následuje za výtokovým hrdlem ještě přímý difuzor, ve kterém se část kinetické energie plynu transformuje na tlakovou energii.

30:



(a) tlaková ztráta ve vtokovém hrdle (změna i-1); (b) tlaková ztráta ve výtokovém hrdle (změna 3-e); (c) h - s diagram jednostupňového pracovního stroje s vtokovým a výtokovým hrdlem. Index $_i$ označuje stav pracovního plynu na vtoku, index $_e$ označuje stav na výtoku, index $_1$ označuje stav pracovního plynu před rotorem index $_2$ označuje stav za rotorem, index $_3$ označuje stav na výtoku ze stupně (rotor+difuzor), index $_s$ označuje celkový stav.

Odkazy na zdroje dat

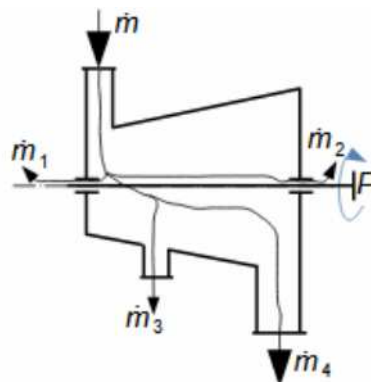
Data pro odhad ztrát v hrdlech jsou uvedena v [Kadrnožka, 2003, s. 143], [Macek, 1988, s. 58].

Ztráty vnější netěsnosti

Pracovní tekutina může proudit strojem mnoha cestami včetně netěsnostmi a požadovanými odběry, pak je vnitřní výkon stroje součtem vnitřních výkonů na jednotlivých cestách, viz Obrázek 31.

– 31: –

$$P_i = \sum_n w_{i,x} \cdot \dot{m}_x$$



w_i [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] vnitřní práce; P_i [W] vnitřní výkon stroje; m [$\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$] hmotnostní tok jednotlivými cestami (případně i odběry). x -číslo cesty.

Odkazy

- DIXON, S., HALL, C., 2010, *Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery*, Elsevier, Oxford, ISBN 978-1-85617-793-1.
- HESARI, Rezavand, MUNOZ, Anthony, COULAUD, Maxime, HOUDE, Sébastien, MACIEL, Yvan, 2024, The Measured Flow at the Inlet of a Francis Turbine Runner Operating in Speed No-load Condition, *Journal of Fluids Engineering*, ASME, New York, ISSN 0098-2202, doi: <https://doi.org/10.1115/1.4065384>.
- JAPIKSE, David, 1997, *Introduction to turbomachinery*, Oxford University Press, Oxford, ISBN 0-933283-10-5.
- KADRNOŽKA, Jaroslav, 2003, *Lopatkové stroje*, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o, Brno, ISBN 80-7204-297-1.
- KADRNOŽKA, Jaroslav, 2004, *Tepelné turbíny a turbokompresory*, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Brno, ISBN 80-7204-346-3.
- KOUSAL, Milan, 1980, *Spalovací turbíny*, Nakladatelství technické literatury n. p., Praha.
- KRBEK, Jaroslav, 1990, *Tepelné turbíny a turbokompresory*, Vysoké učení technické v Brně, Brno, ISBN 80-214-0236-9.
- MACEK, Jan, KLIMENT Vladimír, 1988, *Spalovací turbíny, turbodmychadla a ventilátory: (přeplňování spalovacích motorů)*, Nakladatelství ČVUT, Praha, ISBN 80-01-03529-8.
- MISÁREK, Dušan, 1963, *Turbokompresory*, Statní nakladatelství technické literatury, n.p, Praha.
- PFLEIDERER, Carl, PETERMANN, Hartwig, 2005, *Strömungsmaschinen*, Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York, ISBN 3-540-22173-5.
- ZEKUI, Shu, SHUIGUANG, Tong, ZHEMING, Tong, JINFU, Li, 2025, A Rapid Theoretical Approach for Estimating the Energy Losses Induced by Tip Clearance Jets in Centrifugal Pumps, *Journal of Fluids Engineering*, ASME, New York, ISSN 0098-2202, doi: <https://doi.org/10.1115/1.4068461>.