

---

## AERODYNAMIKA PROFILOVÝCH MŘÍŽÍ

---

- strana 4.3 - **Základní pojmy aerodynamiky profilových mříží**
  - strana 4.5 - **Tlaková ztráta profilové mříže**
  - strana 4.5 - **Profilová ztráta profilové mříže**
  - Úloha 1: - Porovnání tvaru dvou profilů z pohledu citlivosti na odtržení proudu
  - strana 4.8 - **Výpočet sil působící na lopatku v rovinné lopatkové mříži**
  - Úloha 2: - Výpočet profilových ztrát profilové mříže
  - Úloha 3: - Výpočet aerodynamických veličin profilové mříže
  - strana 4.10 - **Přenositelnost aerodynamiky rovinné lopatkové mříže na aerodynamiku diagonálních a radiální lopatkových mříží**
  - strana 4.11 - **Transformace aerodynamických veličin leteckých profilů na aerodynamické veličiny profilových mříží**
  - Úloha 4: - Výpočet rozměrů lopatkové mříže rotoru axiálního ventilátoru
  - strana 4.13 - **Odkazy**
  - strana 4.14-4.21 - **Přílohy**
-

- **autor:** – ŠKORPÍK, Jiří ([LinkedIn.com/in/jiri-skorpik](https://www.linkedin.com/in/jiri-skorpik))
- **datum vydání:** – Zář 2022
- **název:** – Aerodynamika profilových mříží
- **sborník:** – *turbomachinery.education*
- **provenience:** – Brno (Česká republika)
- **email:** – [skorpik.jiri@email.cz](mailto:skorpik.jiri@email.cz)

Copyright©Jiří Škorpík, 2006-2022  
Všechna práva vyhrazena.

---

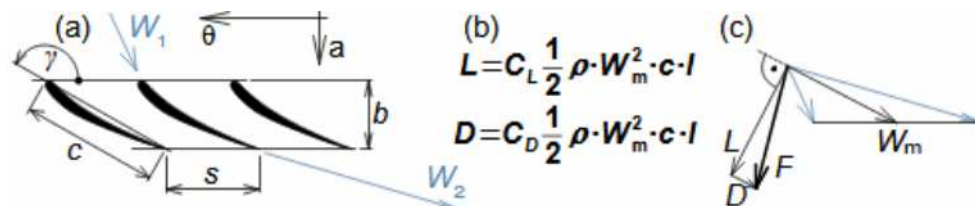
## Základní pojmy aerodynamiky profilových mříží

Aerodynamika profilové mříže vychází z definic aerodynamických veličin používaných při popisu aerodynamiky leteckých profilů [Škorpík, 2022]. To znamená, že u profilu zařazeného do profilové mříže lze také rozlišovat odpor a vztlak. Aerodynamické veličiny profilových mříží se také měří v aerodynamických tunelech jako v případě leteckých profilů.

Vzorce pro odpor a vztlak lopatky v lopatkové mříži

Základní aerodynamické veličiny profilové mříže lze vypočítat podle stejných vzorců jako v případě osamocených profilů, s tím rozdílem, že místo nátokové rychlosti se vychází ze střední aerodynamické rychlosti v mříži, takže odpor je ve směru této rychlosti a vztlak kolmý na tuto rychlost, viz Vzorce 1.

1:

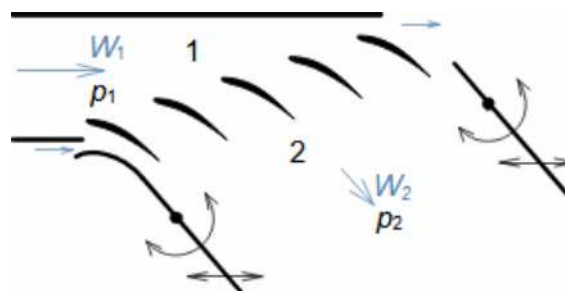


(b) řez rovinnou lopatkovou mříží; (b) vzorce pro výpočet odporu a vztlaku přímé lopatky v rovinné lopatkové mříži; (c) vztahy mezi rychlostmi a silami působící na přímou lopatku.  $D$  [N] odpor;  $L$  [N] vztlak;  $F$  [N] výsledná síla působící na lopatku;  $\rho$  [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ] hustota pracovní tekutiny;  $W_m$  [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ] střední aerodynamická rychlost v mříži;  $c$  [m] tětiva profilu;  $\gamma$  [ $^\circ$ ] úhel nastavení profilu v mříži;  $b$  [m] šířka lopatkové mříže;  $l$  [m] délka přímé lopatky;  $C_D$ ,  $C_L$  [1] součinitel odporu a vztlaku profilu v profilové mříži;  $s$  [m] rozteč.  $\theta$ ,  $a$ -označení os v soustavě souřadnic.

Aerodynamický tunel pro měření lopatkových mříží

Aerodynamické součinitelé  $C$  profilů v mříži jsou měřeny v aerodynamických tunelech rovinných lopatkových mříží, viz Obrázek 2 pro různou kombinaci rychlostí a nátokových úhlů. Lopatková mříž v aerodynamické tunelu je tvořena několika (5 až 7) přímými lopatkami vloženými do průtokového kanálu šikmo tak, aby proud pracovní tekutiny odpovídal směru relativní rychlosti ve skutečné lopatkové mříži. Vstupní a výstupní průřez tunelu odpovídá průtočným průřezům testované lopatkové mříže. Konstrukce aerodynamického tunelu kompresorových lopatkových mříží jsou uvedeny např. v [Japikse, 1997, s. 11-7] a pro turbínové lopatkové mříže [Japikse, 1997, s. 6-22].

2:



Kanál aerodynamického tunelu na výtoku je tvořen pohyblivými stěnami, kterými se ovlivňuje rychlostní pole na okrajích mříže a umožňuje naklápění vstupních a výstupních kanálů pro změnu nátokového úhlu.  $W_{1,2}$  [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ] rychlost před a za mříží;  $p_{1,2}$  [Pa] tlak před a za mříží.

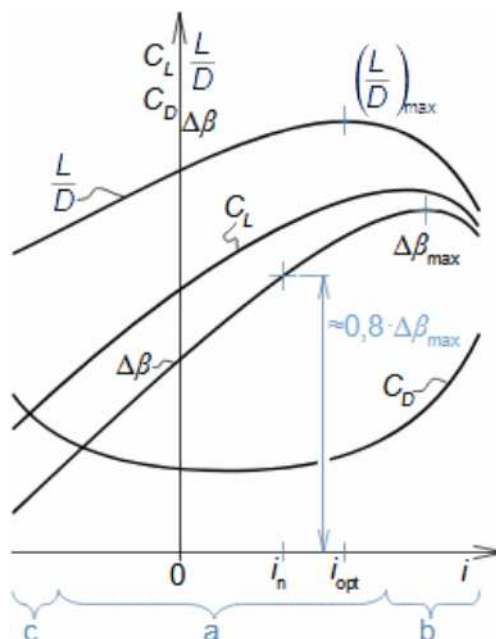
Speciální  
aerodynamické tunely

Používají se i aerodynamické tunely pro měření zkroucených lopatek, kde se provádí měření i po délce lopatek. Dokonce se používají i aerodynamické tunely, ve kterých lze měřit aerodynamiku celého stupně při rotaci. Konstrukce takového zkušebního zařízení je uvedena např. v [Japikse, 1997, s. 6-23]. Poslední speciální skupinou aerodynamických tunelů jsou nadzvukové aerodynamické tunely, ve kterých se zkoumá i vliv efektů spojených s nadzvukovými rychlostmi.

Měřené aerodynamické  
veličiny a  
aerodynamická  
charakteristika  
profilové mříže v  
aerodynamickém  
tunelu lopatkové mříže

Naměřená aerodynamická data jsou publikována v grafické podobě, viz Obrázek 3. Na obrázku je jasně patrné, že součinitel odporu  $C_D$  má nějaké minimum a zakřivení proudu  $\Delta\beta$  nějaké maximum. To je dáno tím, že stabilní proudění lopatkovou mříží je jen v určitém intervalu nátokových úhlů  $i$ . Mimo tento interval dochází k Odtržení proudu od profilu – v případě velkého nátokového úhlu na sací straně profilů – nebo od určité záporné hodnoty nátokového úhlu na přetlakové straně profilů.

3:



$\Delta\beta$  [°] úhel zakřivení proudu;  $i$  [°] nátokový úhel nátokové rychlosti  $W_1$  – index  $opt$  označuje optimální nátokový úhel, kdy lopatky dosahují maximální hodnoty vztlačení vzhledem k hodnotě odporu, index  $n$  označuje navržený jmenovitý nátokový úhel – jedná se o takový úhel, kterému odpovídá zakřivení proudu přibližně  $0,8 \cdot \Delta\beta_{max}$  – zde ještě má lopatková mříž dostatečné rezervy pro změny provozních parametrů, aniž by docházelo k odtrhávání proudu od profilu. a-stabilní oblast proudění bez odtrhávání proudu od profilu; b-oblast odtržení na sací straně lopatky; c-oblast odtrhávání na přetlakové straně lopatky.

Predikce změn v aerodynamické charakteristice profilové mříže pomocí Howelovy, Carterovy nebo Liebleinovy metody

Lopátkové kánaly v lopátkových strojích svůj tvar a velikost po délce mění, tak jak se mění profil a rozteč lopatek, které tyto kanály vymezují. Zejména u zkroucených lopatek dochází k velkým změnám nejen geometrických ale i aerodynamickým parametrům proudění, takže pro aerodynamické výpočty je nutné mít k dispozici velké množství měření. Měření aerodynamických veličin pro kombinaci tolika proměnných je časově i finančně nákladné a proto byly vyvinuty výpočtové metody predikce změny aerodynamických veličin profilů při změně některých parametrů, např. metoda Howelova, Carterova, Liebleinova...[Japikse, 1997, s. 5-14], [Dixon and Hall, 2010]. Tyto metody mají užitek především při snaze snížit potřebné množství měření při drobných změnách na profilu a profilové mříži.

---

### Tlaková ztráta profilové mříže

---

*Při proudění jakýmkoli lopátkovým kanálem lze indikovat tlakovou ztrátu, která vzniká v důsledku tzv. profilových ztrát zejména vnitřním třením pracovní tekutiny.*

Definice tlakové ztráty v profilové mříži

V případě lopátkových kanálů, respektive lopátkových mříží je tlaková ztráta  $L_p$  definována jako rozdíl, o který se musí tlak za mříží  $p_2$  snížit, aby rychlost za mříží  $W_2$  byla stejná jako rychlost  $W_{2is}$  při proudění mříží beze ztrát při výstupním tlaku  $p_{2is}$ , viz Rovnice 4. Přičemž stav před mříží je předpokládán stejný pro oba případy.

4:

$$L_p = (p_{2is} - p_2)$$

$L_p$  [Pa] tlaková ztráta;  $p_{2is}$  [Pa] tlak za mříží při proudění beze ztrát;  $p_2$  [Pa] tlak za mříží při dosažení stejných rychlostí před a za mříží  $W_{1,2}$ .

---

### Profilová ztráta profilové mříže

---

*Profilovými ztrátami profilové mříže se rozumí nežádoucí transformace energie (disipace energie) v pracovní tekutině, které vnikají při průtoku profilovou mříží. Mezi profilové ztráty patří zejména ztráty vnitřním třením, ztráty při odtržení proudu od profilu, ztráty při víření za odtokovou hranou a ztráty v rázové vlně při proudění vysokými rychlostmi. Suma těchto ztrát vytváří profilovou ztrátu mříže.*

---

Vnitřní tření v krátkých lopatkových kanálech

Ztráty kvůli vnitřnímu tření pracovní tekutiny jsou nevyhnutelné. Charakteristickým rysem lopatkových kanálů je jejich malý rozměr a vysoká rychlost, takže mezní vrstva se obvykle plně nevyvine a zůstává laminární, přičemž v jádru proudu mohou být turbulence, pokud před lopatkových kanálem bylo vyvinuté turbulentní proudění. Více o přechodech proudění mezi turbulentním laminárním v článku Vnitřní tření tekutiny a vývoj mezní vrstvy [Škorpík, 2023].

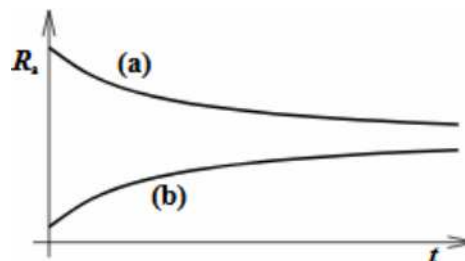
Vliv délky tětiny na Reynoldsovo číslo

K predikci druhu mezní vrstvy v okolí profilu je důležité tzv. Reynoldsovo číslo, které je mimo jiné přímo úměrné délce tětiny  $c$ , takže pro stejné rychlosti mají profily s malou délkou tětiny malou hodnotu Reynoldsova čísla a naopak. To je také důvod proč se uvádějí aerodynamické součinitele leteckých profilů pro velká Reynoldsova čísla – očekává se jejich aplikace jako profily křídel letadel, jenže délka tětiny lopatek lopatkových strojů je řádově menší než tětina profilu křídla.

Vývoj drsnosti povrchů lopatek

Na vnitřní tření, respektive tlakovou ztrátu profilové mříže má významný vliv znečištění a drsnost povrchu lopatek. Drsnost povrchu lopatky nelze příliš ovlivnit, pokud pracovní tekutina obsahuje nečistoty, které reagují s povrchem lopatky (ulpívají na povrchu nebo ho poškozují) a určují jeho drsnost především při delším provozu, viz [Obrázek 5](#).

5:



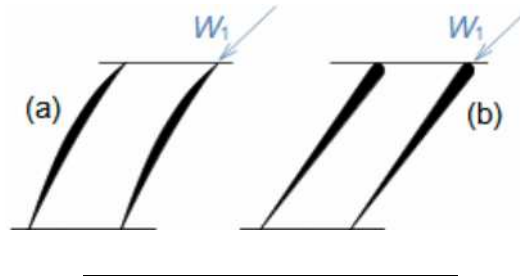
(a) na počátku vysoká drsnost; (b) na počátku nízká drsnost.  $R_a$  [ $\mu\text{m}$ ] drsnost povrchu;  $t$  [h] doba provozu. Při výrobě je nutné zvážit, jestli se vyplatí výroba velmi hladké lopatky, když se po čase její povrch stane drsnější.

Vliv odtržení proudu na funkce lopatkové mříže

Mechanismus odtržení proudu od profilu je popsán v článku Aerodynamika profilů [Škorpík, 2022]. Kromě energetické ztráty, následkem odtržení může být kolaps průtoku lopatkovou mříží a kmitání lopatek. Rozsah odtržení lze ovlivnit zejména tvarem profilu a nátokovým úhlem, respektive vhodným rozvržením změn tlaku podél profilu, viz [Úloha 1](#). Nejcitlivější na odtrhávání proudu jsou difuzorové profilové mříže, protože současně dochází k nárůstu tlaku za profilovou mříží, viz také článek Proudění plynů a par difuzory [Škorpík, 2023b].

- Úloha 1: – Popište, která z uvedených profilových mříží (viz obrázek) bude pravděpodobně citlivější na održení proudu od profilu.

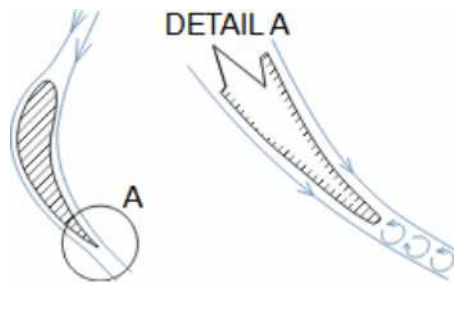
Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 1.



Víření za odtokovou hranou lopatek

Odtokové hrany lopatek nejsou ostré především z pevnostních důvodů, takže mezi proudy od sací a přetlakové strany lopatek je mezera, ve které vznikají drobné víry kvůli odlišným rychlostí těchto proudů, viz Obrázek 6. Přičemž víry jsou typickým jevem zvyšující entropii tekutiny.

- 6: –



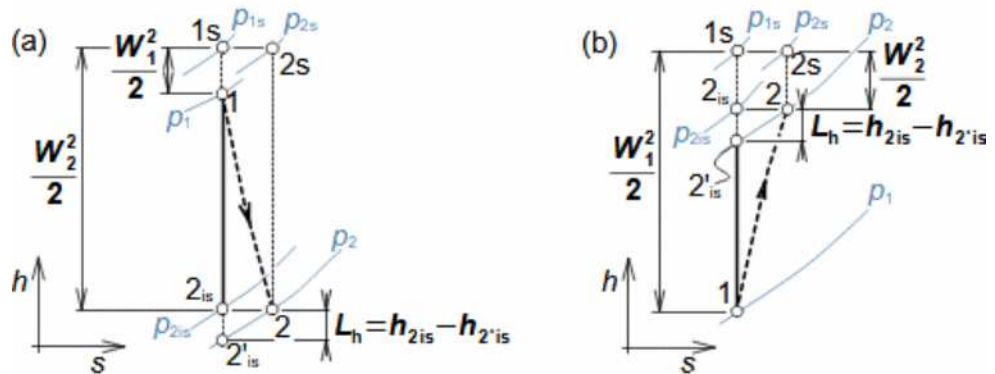
Rázové vlny vznikají při kritickém Machově čísle před profilovou mříží

Rychlost proudění se podél profilu mění, takže i když před mříží nedosahuje proudění rychlosti zvuku, tak v mříží této rychlosti dosáhnout může nebo ji dokonce překonat při určité nátokové rychlosti, kterou označujeme jako kritického Machovo číslo profilové mříže. Při následném poklesu rychlosti zpět na podzvukovou může, za jistých podmínek, vzniknout rázová vlna. Podrobnosti o proudění v profilových mřížích vysokou rychlostí jsou uvedeny v kapitole Aerodynamika profilových mříží ve stlačitelném prostředí v [Škorpík, 2023c].

Profilové ztráty profilové mříže se projeví zvýšením entropie a tlakovou ztrátou

Profilová ztráta profilové mříže je ekvivalentní entalpii, o kterou se musí snížit izoentropický rozdíl entalpií za mříží, aby rychlost na výstupu byla stejná jako v případě proudění beze ztrát, viz Obrázek 7.

7:



Energetická rovnováha profilových ztrát lopatkové mříže v  $h$ - $s$  diagramu: (a) situace v konfuzorové mříži; (b) situace v difuzorové mříži.  $h$  [ $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$ ] entalpie;  $s$  [ $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ] entropie;  $p_s$  [Pa] celkový tlak;  $L_h$  [ $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$ ] profilové ztráty. Index  $is$  označuje změny stavu při proudění beze ztrát.

Poměrná profilová ztráta lopatkové mříže

K vyjádření aerodynamické kvality profilové mříže se používá veličina zvaná poměrná profilová ztráta profilové mříže  $\xi_h$ , která je definována jako poměr mezi profilovou ztrátou mříže a celkovou disponibilní entalpií pracovní tekutiny při průtoku mříží, viz Vzorec 8. Hodnoty poměrné profilové ztráty moderních profilů nepřekračují jednotky procent. V případě jednoduchých profilů tepelných turbín běžně používaných kolem roku 1910 se pohybovaly poměrné profilové ztráty kolem 20 %.

8:

$$(a) \xi_h = \frac{L_h}{h_{1s} - h_{2is}} \quad (b) \xi_h = \frac{L_h}{h_{1s} - h_1}$$

(a) konfuzorový lopatkový, nebo rovnotlakový lopatkový kanál; (b) difuzorový lopatkový kanál.  $\xi_h$  [1] poměrná profilová ztráta profilové mříže.

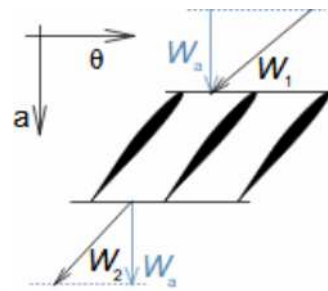
Profilové ztráty jsou součástí vnitřních ztrát

Ve stupních lopatkových strojů se mimo profilových ztrát vyskytují ještě další ztráty, které přímo nesouvisí s profilovými mřížemi. Tyto další ztráty a profilové ztráty se souhrně označují jako vnitřní ztráty, viz článek Vnitřní ztráty lopatkových strojů a jejich vliv na návrh lopatkového stroje.

## Výpočet sil působící na lopatku v rovinné lopatkové mříži

Při identifikaci jednotlivých složek sil působící na lopatku v rovinné lopatkové mříže se vychází z toho, že při reálném proudění se změni tlak (klesne) na výtoku z mříže, tak aby rychlostní trojúhelníky byly stejné jako při proudění beze ztrát. Za těchto předpokladů lze sestavit silový trojúhelník rovinné lopatkové mříže i odvodit vztahy mezi aerodynamickými veličinami profilové mříže.

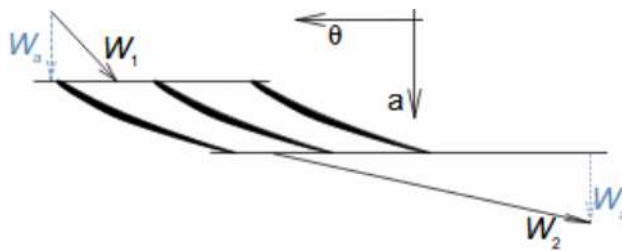




$U$  [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ] obvodová rychlost.

- **Úloha 3:** – Vypočítejte součinitel vztlaku a odporu profilu lopatek rotoru Kaplanovy turbíny z Úlohy 8 v článku Základní rovnice lopatkových strojů. Výpočet proveďte na středním poloměru lopatky. Počet lopatek je 6, délka tětiny lopatek na středním poloměru je 1,8 m a poměrná profilová ztráty mříže na vyšetřovaném poloměru je 2,5 %.

Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 3.



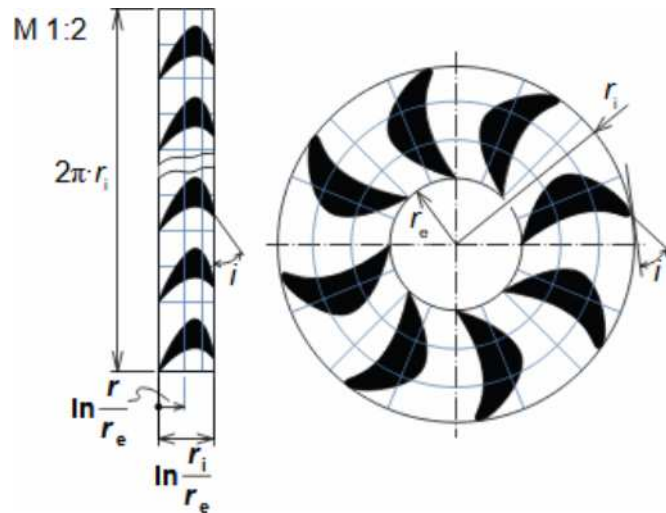
### **Přenositelnost aerodynamiky rovinné lopatkové mříže na aerodynamiku diagonálních a radiální lopatkových mříží**

V Úloze 2 je předvedena aplikace aerodynamických dat získaných při měření na rovinné lopatkové mříži na axiální lopatkovou mříž, ale tato data mohou být aplikována i na radiální a diagonální lopatkové mříže. Jestliže mají být zachovány aerodynamické parametry rovinné lopatkové mříže i v mříži radiální, pak je nutné transformovat její rozměry pomocí transformačních rovnic.

Transformační rovnice pro převod rozměrů rovinné lopatkové mříže na radiální mříž

Transformační rovnice pro převod rozměrů rovinné lopatkové mříže na mříž radiální a obráceně při zachování aerodynamických vlastností lze odvodit pro potenciální proudění lopatkovou mříží, viz Obrázek 11. Transformace tvaru profilu se provádí bod po bodu. Podobným způsobem lze transformovat i diagonální lopatkovou mříž [Nožička, 1967, s. 84], [Japikse, 1997, s. 7-24]. Stejným postupem lze transformovat tlakové a rychlostní pole naměřené na rovinné lopatkové mříži do kruhových souřadnic postupem odvozeným v [Nožička, 1967, s. 84].

– 11: –



$r$  [m] poloměr lopatkové mříže.

### Transformace aerodynamických veličin leteckých profilů na aerodynamické veličiny profilových mříží

Jestliže by byl výzkum nového typu profilové mříže nákladný, pak lze profilovou mříž sestavit z leteckých profilů alespoň v případech požadavku na malé prohnutí profilů. Výhodou je, že jsou snadno dostupná aerodynamická data z měření velkého množství osamocených profilů, viz například [Abbott and Doenhoff, 1959]. Nevýhodou je, že lze očekávat, že aerodynamické součinitele leteckého profilu budou mít jinou hodnotu, než tyto součinitele stejného profilu, ale zařazeného v profilové mříži. To je dáno jednak aerodynamickou interferencí sousedících profilů a jednak rozdílnou definicí aerodynamických součinitelů – v případě leteckých profilů jsou vztahena k nátokové rychlosti, v případě profilových mříží ke střední aerodynamické rychlosti v mříži. Nicméně existují ověřené postupy pro přepočet těchto součinitelů.

Přepočet součinitele vzlaku leteckého profilu v profilové mříži pomocí Weiningova součinitele

Změnu součinitele vzlaku leteckého profilu po vložení do profilové mříže lze přibližně stanovit pomocí Weiningova součinitele. Weiningův součinitel je definován jako podíl součinitele vzlaku profilové mříže složené z plochých desek  $C_L$  a součinitele vzlaku osamocené ploché desky  $C_{L_{\text{isolated}}}$ , který je označován písmenem  $K$ , viz Vzorec 12 [Lakshminarayana, 1996, s. 212]. Tento poměr je odvozený pro ploché desky, ale pro přibližnou změnu aerodynamických součinitelů málo prohnutých profilů se běžně používá při návrhu i profilových mříží [Wang and Kruyt, 2022].

– 12: –

$$K = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\sigma} \frac{1}{\sin \gamma} = \frac{C_L}{C_{L_{\text{isolated}}}}$$

$C_{L_{\text{isolated}}}$  [1] součinitel vzlaku osamocené desky. Vzorec má platnost přibližně do hodnoty  $1/\sigma = 0,7$ , od této hodnoty lze vycházet z grafu uvedeného v [Lakshminarayana, 1996, s. 212]. Od hodnoty  $1/\sigma = 2,5$  je součinitel  $K$  blízký hodnotě 1.

Přepočet součinitele vztlaku leteckého profilu u větrných turbín a vrtulí

Mimo Weinigova součinitele existují i jiné způsoby jak určit součinitel vztlaku profilu v mříži, jestliže jsou známy jeho parametry při jeho měření jako osamocenému profilu. Tyto způsoby se používají při výpočtu lopatkových mříží větrných turbín a vrtulí, více v článku [Aerodynamika větrných turbín](#).

Součinitel odporu leteckých profilů není aerodynamickou interferencí s okolními lopatkami příliš ovlivněn

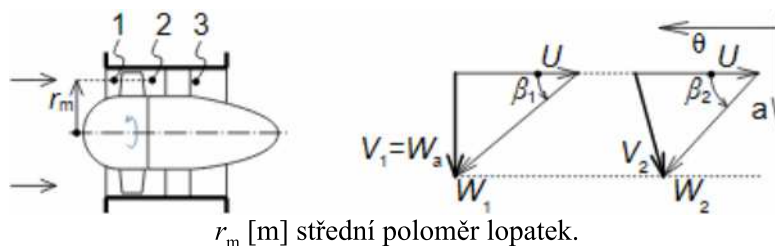
Jestliže nebude docházet k odtrhávání proudu od profilu, lze očekávat, že součinitel odporu profilu v mříži  $C_D$  nebude tak citlivý na aerodynamickou interferenci jako součinitel vztlaku  $C_L$ . Takže aerodynamický výpočet takto navržené profilové mříže lze začít tak, že z hodnot součinitele vztlaku a odporu profilu lze podle [Rovnice 10](#) pro součinitel vztlaku  $C_L$  a navržený úhel střední aerodynamické rychlosti  $\beta_m$  vypočítat součinitel vztlaku  $C_{L,is}$  atd., viz [Úloha 4](#).

Součinitel odporu základního profilu zůstává přibližně stejný i po prohnutí

V případě profilů s vytvořených prohnutí [základního profilu](#) (obvykle profily s prohnutím větším než u leteckých profilů) lze při výpočtu sil na lopatku vycházet z vlastností výchozího základního profilu. Výpočet vychází z předpokladu, že po prohnutí se příliš nezmění součinitel odporu  $C_D$  profilu, takže na základě výpočtu odporu profilu v mříži  $D$  lze stanovit i další hodnoty sil podle [Obrázku 9](#).

- **Úloha 4:** – Navrhněte parametry nátokové a výtokové rychlosti a zakřivení proudu a rozteč difuzorové profilové mříže sestavené z leteckého profilu typu NACA 65-410, jestliže je tato profilová mříž určena pro rotor axiálního ventilátoru s požadovaným zvýšením tlaku 500 Pa a nachází se na středním kvadratickém poloměru lopatek. Hustota pracovního plynu je  $1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , střední kvadratický poloměr lopatek 1050 mm a otáčky ventilátoru jsou  $325 \text{ min}^{-1}$ , hodnota axiální rychlosti před rotorem je  $30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

Řešení úlohy je uvedeno v [Příloze 4](#).



---

## Odkazy

---

- ŠKORPÍK, Jiří, 2022, Aerodynamika profilů, *Transformační technologie*, Brno, [online], ISSN 1804-8293. <https://fluid-dynamics.education/aerodynamika-profilu.html>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2023, Vnitřní tření tekutiny a vývoj mezní vrstvy, *fluid-dynamics.education*, Brno, <https://fluid-dynamics.education/vnitri-treni-tekutiny-a-vyvoj-mezni-vrstvy.html>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2023b, Proudění plynů a par difuzory, *Transformační technologie*, Brno, [online], ISSN 1804-8293. <https://fluid-dynamics.education/proudeni-plynu-a-par-difuzory.html>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2023c, MACHOVO ČÍSLO A JEVY PŘI PROUDĚNÍ VYSOKÝMI RYCHLOSTMI, *Transformační technologie*, Brno, [on-line], ISSN 1804-8293. <https://fluid-dynamics.education/machovo-cislo-a-efekty-pri-proudeni-vysokymi-rychlostmi.html>.
- ABBOTT, Ira, DOENHOFF, Albert, 1959, *Theory of wing sections, including a summary of airfoil data*, Dover publications, inc., New York, ISBN-10:0-486-60586-8.
- DIXON, S., HALL, C., 2010, *Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery*, Elsevier, Oxford, ISBN 978-1-85617-793-1.
- JAPIKSE, David, 1997, *Introduction to turbomachinery*, Oxford University Press, Oxford, ISBN 0-933283-10-5.
- LAKSHMINARAYANA, Budugur, 1996, *Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery*, John Wiley & Sons, Toronto, ISBN 0-471-85546-4.
- NOŽIČKA, Jiří, 1967, *Analogové metody v proudění*, Academia, Praha.
- WANG, Jie, KRUYT, Niels, P., 2022, "Design for High Efficiency of Low-Pressure Axial Fans With Small Hub-to-Tip Diameter Ratio by the Vortex Distribution Method" *J. Fluids Eng.*, 144(8), <https://doi.org/10.1115/1.4053555>.
-